СПЕКТРАЛЬНЕ СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ МНОГОЧЛЕНІВ ЯКОБІ З НЕІНТЕГРОВАНИМИ ВАГОВИМИ ФУНКЦІЯМИ

Назаренко О.А., к.фіз.-мат.н., доцент
(кафедра вищої математики)

Одним з загальних методів, які дозволяють вивчати взаємодію дефектів (тріщин та включень) з навколишнім середовищем є метод розривних розв'язків [1]. Розривним рішенням рівнянь пружності називається таке рішення, яке задовольняє їм всюди, крім точок дефекту (включення). В цих точках рахуються відомими стрибки напружень та зміщень.

Для будування розривного рішення рівнянь руху пружного середовища, необхідно, по перше, побудувати розривне рішення хвильового рівняння для обраного дефекту (наприклад сферичної або циліндричної форми). Воно будується за допомогою узагальненої схеми методу інтегральних перетворень. Використовуючи цей метод, задачі дифракції зводяться до інтегральних рівнянь першого роду, які необхідно вирішувати у класі функцій з неінтегрованими особливостями. Щоб побудувати таке рішення методом ортогональних багаточленів, треба було отримати, а потім довести нове спектральне співвідношення для багаточленів Якобі з неінтегрованими ваговими функціями [2]:

$$\int_0^1 W_n(x,y) P_k^{n,-\frac{3}{2}}(1-2y^2) y^{1+n}(1-y^2)^{-\frac{3}{2}} dy = \Gamma\left(n+k+\frac{1}{2}\right) x^n *$$

$$* [k!\,2]^{-1} \Gamma\left(k-\frac{1}{2}\right) P_{k-1}^{n,\frac{1}{2}}(1-2x^2)\Gamma^{-1}(k+n), 0 \le x \le 1, n = 0,1,2,\ldots$$

де $P_{k-1}^{n,\frac{1}{2}}(1-2x^2)$ – многочлен Якобі, $W_n(x,y) = \int_0^\infty J_n(tx) J_n(ty) dt$ – розривний інтеграл Вебера-Соніна, $J_n(tx)$ – циліндрична функція Бесселя. Слід помітити, що інтеграли від функцій з неінтегрованими особливостями розуміються в узагальненому (регуляризованому) змісті.

Література

1. Попов Г.Я. Об одном новом подходе к задачам о концентрации упругих напряжений возле трещин//ПММ., Т.55, Вып.1, С. 148-156, 1991.

2. Nazarenko O., Popov G. The diffracnion of elastic waves by spherical defects.//J. Appl. Maths. Mech., Vol. 60, №.5, pp.821-832, 1996.