

ПРО РОЗРАХУНОК ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК АНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ ПОДВІЙНИХ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РЯДІВ

Курбатов О.Д., студ. гр. ПЦБ-627м(н)

Науковий керівник – Крутий Ю.С., д.т.н., професор (кафедра Інформаційних технологій та прикладної математики, Одеська державна академія будівництва та архітектури)

Анотація. Розглядається задача про розрахунок на згин пологої оболонки. Для трьох можливих значень стріли підйому наведені відносні результати розрахунків аналітичним методом подвійних тригонометричних рядів та методом скінченних елементів в програмних комплексах ANSYS та SELENA.

В будівництві широко застосовуються пологі оболонки різної форми. Пологою називають оболонку, в якій стріла прогину f не перевищує однієї п'ятої найменшого з лінійних розмірів a, b (рис. 1).

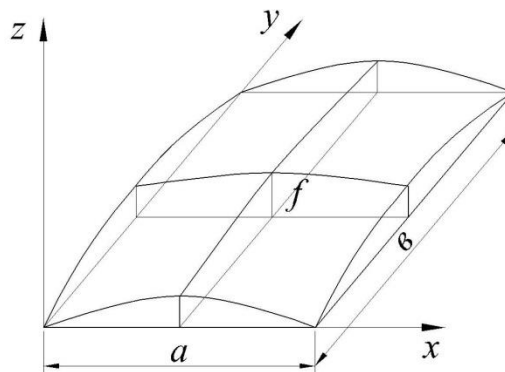


Рис. 1. Полога оболонка

Задача розрахунку пологої оболонки зводиться до розв'язання крайової задачі для системи диференціальних рівнянь у частинних похідних. Подібні задачі розв'язуються або аналітичними або наближеними чисельними методами. До аналітичних методів, зокрема, відноситься метод подвійних тригонометричних рядів (метод Нав'є). До наближених відносяться варіаційні методи, метод скінченних різниць, метод скінченних елементів, метод граничних елементів.

Система диференціальних рівнянь теорії пологих оболонок, записана відносно функції напружень $\varphi = \varphi(x, y)$ та функції прогинів $w = w(x, y)$, має вигляд:

$$\begin{cases} k_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + k_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - p_3 = 0; \\ \frac{1}{Eh} \left(\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right) - \left(k_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + k_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) = 0, \end{cases}$$

де

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

– циліндрична жорсткість; E – модуль пружності, h – товщина оболонки, μ – коефіцієнт Пуассона, k_1, k_2 – кривизни оболонки, p_3 – зовнішнє навантаження на оболонку.

Вважатимемо, що оболонка закріплена шарнірно по всьому контуру та завантажена по всій вертикальній поверхні рівномірно розподіленим навантаженням $p_3 = q$. Поверхня оболонки є еліптичним параболоїдом:

$$z = f \left[1 - \frac{(2x-a)^2}{2a^2} - \frac{(2y-b)^2}{2b^2} \right].$$

При шарнірному закріпленні кромки оболонки, прогини та згинальні моменти дорівнюватимуть нулю по всьому контуру, тому граничні умови матимуть вигляд:

$$w = w'' = 0 \text{ при } x = 0, x = a; w = w'' = 0 \text{ при } y = 0, y = b.$$

Вихідні дані для розрахунку:

$$a = 10 \text{ м}; b = 12 \text{ м}; E = 2 \cdot 10^7 \text{ кПа}; \mu = 0; f = 2 \text{ м}; h = 0,1 \text{ м}; q = 10 \text{ кН / м}^2.$$

Умова пологості оболонки $f \leq 0,2 \min(a, b)$ у даному разі означає, що $f \leq 2 \text{ м}$.

Розглянемо три можливі випадки f : $f_1 = 0,2 \text{ м}$; $f_2 = 1 \text{ м}$ та $f_3 = 2 \text{ м}$ (граничний випадок).

Методом подвійних тригонометричних рядів проведено розрахунки для трьох значень стріли підйому оболонки при одних і тих же значеннях інших параметрів. Ця ж задача була розв'язана методом скінченних елементів у програмних комплексах ANSYS [1] та SELENA. У табл. 1 наведені відносні значення прогинів у центрі оболонки та відносні значення максимальних нормальних напружень. При цьому за відповідні умовні одиниці прийняті прогини та максимальні напруження, обчислені методом подвійних тригонометричних рядів.

Таблиця 1 – Результати розрахунків пологої оболонки

Метод	Стріла підйому	Відносні значення	
		Прогини у центрі оболонки	Максимальні напруження
Аналітичний	$f_1 = 0,2 \text{ м}$	1,0	1,0
	$f_2 = 1 \text{ м}$	1,0	1,0
	$f_3 = 2 \text{ м}$	1,0	1,0
MCE (ANSYS)	$f_1 = 0,2 \text{ м}$	1,0	1,05
	$f_2 = 1 \text{ м}$	1,02	1,06
	$f_3 = 2 \text{ м}$	1,02	1,08
MCE (SELENA)	$f_1 = 0,2 \text{ м}$	1,02	1,06
	$f_2 = 1 \text{ м}$	1,1	1,12
	$f_3 = 2 \text{ м}$	1,13	1,2

Висновки та результати. Застосування методу подвійних тригонометричних рядів дозволяє ефективно розраховувати пологі оболонки на статичні впливи. Ряди, якими представлені функції прогинів та напружень, швидко збігаються. За рахунок утримання необхідної кількості перших членів рядів, можна досягти будь якої наперед заданої точності обчислень. Встановлено, що при практичних розрахунках достатньо враховувати три - п'ять членів ряду.

Література:

1. Дашенко А.Ф. ANSYS в задачах инженерной механики / А.Ф. Дашенко, Д. В. Лазарева, Н.Г. Сурьянинов / Изд. 2-е, перераб. и доп. Под ред. Н.Г. Сурьянинова. – Одесса. - Пальмира, 2011. – 505 с.