УДК 624.043.1

НАПРЯЖЕННО ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СТЕРЖНЕЙ ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ СЖАТИИ

Кобринец В.М., Заволока Ю.В. *(Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)*

Позацентровий стиск виникає у стержнях, колонах, стовпах, стінах, простінках, стійках та ригелях трьохшарнірних систем, рамах, діафрагмах. Це досить широкий клас елементів будівельних конструкцій. Тому до них приділяється підвищена увага. У статті даються рекомендації щодо того, коли можна вести розрахунок за недеформованою схемою, а коли потрібно перейти до деформованого стану.

В сопротивление материалов задача о внецентренном сжатии решается по такой схеме: внецентренно прикладываемая сила переносится в центр тяжести поперечного сечения и вместе с ней прикладывается момент $M=Pl_0$. Напряженное состояние определяется суммой напряжений центрального сжатия σ^N от P изгибных от момента σ^M. Так для колоны с сечением b и h напряжения определяются по формуле:

$$\sigma = \left[\frac{P}{bh} + 12\frac{pe_0y_1}{bh^3}\right] \qquad (1)$$

Покажем эпюру напряжений при эксцентриситете, $e_0 = \frac{h}{6}$ (рисунок 1б). Такое значение эксцентриситета соответствует точке приложения силы в крайней ядровой точке. Из рисунка 1 следует:

1) эпюра напряжений построена для произвольного сечения по высоте колонны, вверху и в защемлении эпюры такие же;
2) ось колонны остается прямой, как в момент загружения колонны, так и после перемещения силы в центр тяжести;
3) это есть признаки того, что расчёт ведется по недеформированной схеме.

В связи с вышесказанным возникает вопрос: когда, при каких условиях можно делать расчет по недеформированной схеме? Чтобы установить такое условие, нужно рассмотреть деформированное состояние от поперечной нагрузки, момента $M_и$. В этом случае кроме поперечного изгиба появляется продольный изгиб, рис. 2в.

Сила P создает сжатие, момент $M_и$- изгиб колоны. Отклонение верха колоны $f_и$ определим методами строительной механики (рис. 2б).

Перемножаем эпюры $M_и$ и M_1 получаем M.

$$f_и = \frac{MH^2}{2EI} = \frac{Pe_0H^2}{2EI} \qquad (2)$$

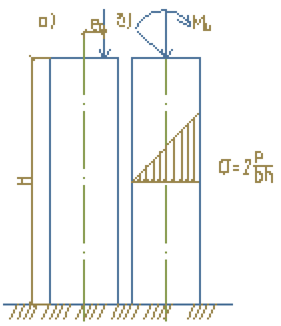

Рис.1
а-схема загружения
б-схема переноса силы в
ц.т. и эпюра напряжений

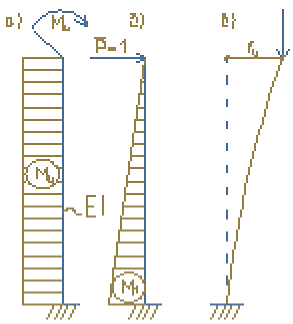

Рис 2
а-грузовая эпюра
б-единичная эпюра
в-изгиб колоны

Сила P перемечается вместе с отклонением верха колоны $f_и$ и вызывается продольный изгиб

$$M_{пр} = Pf_и \tag{3}$$

В этом деформированном состоянии к моменту $M_и$ следует добавить $M_{пр}$:

$$M = P + M_{пр} \tag{4}$$

Потребуем, чтобы момент продольного изгиба по отношению $M_и$ составлял не более 5%, тогда расчет можно вести по недеформированной схеме. При моменте продольного изгиба

$$M_{пр} = f_{(п)}P = \frac{P^2 e_0 H^2}{2EI} \tag{5}$$

Запишем это требование:

$$\frac{P^2 e_0 H^2}{2EI} = 0,05Pe_0 \tag{6}$$

Отсюда получим условие ограничения высоты колоны

$$H_{доп} \le \sqrt{\frac{0,1EI}{P}} \tag{7}$$

Для колоны прямоугольного сечения bxh и квадратного со стороной h условие (7) имеет вид:

$$H_{доп} \le 0,0913h\sqrt{\frac{E}{\sigma_{цт}}} \tag{8}$$

Здесь и далее

$$\sigma_{цт} = \frac{P}{A} \tag{9}$$

Для колонны круглого сечения:

$$H_{доп} \le 0,07906D\sqrt{\frac{E}{\sigma_{цт}}} \tag{10}$$

Для колонны произвольного сечения

$$H_{доп} \le 0,3163\sqrt{\frac{EI}{\sigma_{цт}A}} \tag{11}$$

Допустим для бетонной колонны с размером h=40см, бетон В.15 $\sigma_{цт}$, принимаем равной $R_в=85\frac{кг}{см^2}$, $E_в=2,3\cdot10^5\frac{кг}{см^2}$. При этих значениях, высота колонны составляет:

$$H_{доп} \le 0,0913 \cdot 40\sqrt{\frac{2,3\cdot10^5}{8,5\cdot10}} = 190см$$

Для металлической колонны из I №20, $A=26,8см^2$, $I=1840см^4$, $R_y=2150\frac{кг}{см^2}$, $E=2,06\cdot10^6\frac{кг}{см^2}$, висота колоны составит:

$$H_{доп} \le 0,3162\sqrt{\frac{2,06\cdot10^6\cdot1340}{0,215\cdot10^4\cdot26,8}}=80 \text{ см}$$

Значение высоты для бетонной и стальной колонны получились весьма незначительные. А для бетонной диафрагмы, сечением 40х600см, $H_{доп} \le 2850см$, при высоте 3,2м, это 9т этажное здание. Значение $\sigma_{цт}$ для примера произвольно, но надо учитывать, что при продольном изгибе наибольшие σ_{supx} возникают не в центре тяжести, а в крайней точке поперечного сечения. $\sigma_{supx} = \sigma_{цт}\left(1+\frac{6e_0}{h}\right)$ (12) - это для прямоугольной колонны. В физически линейной постановке напряжения в центре тяжести при любом эксцентриситете будет определяться по формуле (9).

Если e_0 это случайный эксцентриситет, составляющий 1см, или колона с консолью при вылете, равным $e_0 = h$, и для башенного крана со стрелой в 10м, а $\sigma_{цт}$ будут определяться все равно по формуле (9). Напряжения σ_{supx} для прокатных двутавровых профилей определяются по формуле

$$\sigma_{supx} = \sigma_{цт}\left(1+\frac{e_0A}{W}\right) \tag{13}$$

Вывод

Расчет по недеформированной схеме выполняется по такому алгоритму:

- вычисляем $\sigma_{цт}$ по формуле (9);
- проверяем $\sigma_{цт} < R$, здесь $R=R_в$, $R=R_y$. Если $\sigma_{цт}= R$, расчет приостановить. Если п.2 выполняется, переходим к п.4;
- вычислить σ_{supx} по (12) или (13). Если $\sigma_{supx} > R$, расчет остановить

если $\sigma_{supx} \le R$, переходим к пункту 6;
вычислить $H_{доп}$ по (8), (11), если $H_{доп} \ge H$ прокатного, расчет закончить. Если $H_{доп} < H$ прокатного, перейти к расчету по деформированной схеме.

Условие (8) как и (10) учитывает перемещение верха колонны от действия момента. При возникновении $f_и$ сила P будет создавать продольный изгиб, как показано на рисунке 2б.

1. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем.- М.: Гос. издат. фи-мат, 1963.- 878с. 2. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов.- К.: Вища школа, 1979.- 664с.