

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ ОТБойНОГО УСТРОЙСТВА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Школа А.В., Константинов П.В., Клованич С.Ф. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры)

У статті запропонований розрахунок осесиметричної оболонки змінної товщини відбійного пристрою на базі теорії тонких оболонки з використанням основних залежностей.

Отбойное устройство, изготовленное из автомобильных покрышек, представляет собой осе - симметричную оболочку переменной толщины. Ее геометрические размеры представлены на рис. 1. Расчет этой оболочки осуществляется на базе теории тонких оболочек с использованием основных зависимостей. В качестве численного метода используется метод конечных элементов (МКЭ). Учитывая, что внешняя нагрузка может быть не осе - симметричной, и не всегда задается в виде функциональной зависимости, позволяющей разложить ее в тригонометрический ряд, задача рассматривается в общем виде, т.е. не как осе - симметричная, несмотря на наличие конструктивной симметрии. Это позволяет также учесть технологические отверстия в конструкции, изменение толщины отдельных участков, сложные условия опирания, которые почти всегда присущи реальным сооружениям.

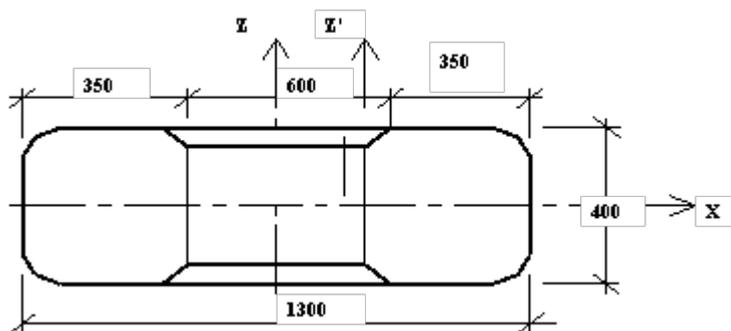


Рис. 1. Геометрические размеры автомобильной покрышки

С позиции МКЭ расчетная схема оболочки представляется набором конечных элементов треугольной или четырехугольной формы, взаимодействующих между собой в узлах, совпадающих с угловыми точками.

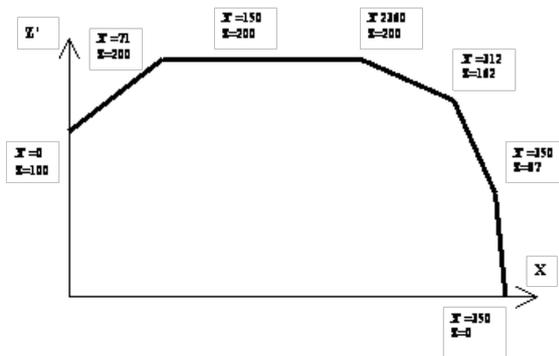


Схема 1.
Расчетная схема конечных элементов

Схема 1. При этом предпочтение, как правило, отдается плоским элементам, поскольку криволинейные элементы требуют задания Гауссовых кривизн, которые для оболочек сложной формы не всегда определены, а в случае плоских участков приводят к вырожденной системе разрешающих уравнений. Плоский оболочечный элемент получается как комбинация двух элементов - плосконапряженного и изгибного в предположении независимости действия мембранных и изгибающих усилий. При этом сначала все матрицы элемента формулируются в местной системе координат, совпадающей с его плоскостью, а перед составлением ансамбля элементов преобразуются в общую систему с помощью формул аналитической геометрии. Отметим, что в большинстве существующих промышленных комплексах используются оболочечные элементы именно такого типа. Однако надежные расчеты с помощью этих комплексов получаются только в случае использования прямоугольных элементов. Для расчета же оболочек, заданных поверхностями вращения, применить прямоугольные элементы, чаще всего, невозможно. Треугольные же элементы в этих комплексах иногда дают неверные решения. Этот факт был обнаружен при тестовых расчетах, путем сопоставления с результатами аналитических решений (балочные плиты, прямоугольные плиты с различными условиями опирания, оболочек двойкой кривизны). Подготовка исходных данных для оболочек типа автомобильной крыши, невероятно трудоемкая задача, особенно при задании координат узлов. Немаловажно, что существующие комплексы приспособлены только для решения задач в упругой стадии, и не позволяют осуществить нелинейные расчеты, характерные для сооружений, изготовленных из материалов с малым модулем упругости. Таким образом, существующие программные комплексы являются полностью закрытыми системами ("черными ящиками"), не допускающими их модификации и расширения с учетом запросов пользователя.

Перечисленное свидетельствует о необходимости разработки собственного программного продукта, позволяющего осуществить расчет отбойных устройств, с контролем вычислительного процесса на любой стадии, автоматизацией подготовки исходных данных и возможностью его расширения и модификации для решения нелинейных задач.

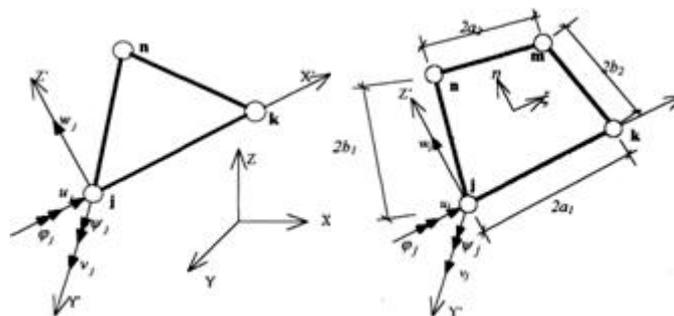


Схема 2.

Схема конечных элементов треугольной и четырехугольной формы.

Все характеристики конечных элементов (матрицы жесткости, узловые силы от распределенных внешних сил, начальных воздействий и т.д.) определяются числом степеней свободы элемента и выбором функций, аппроксимирующих узловые перемещения в область. Для треугольного элемента с узлами в вершинах с 15-ю степенями свободы (в каждом узле по три линейных перемещения u, v, w и по два угла поворота φ, ψ) функции, аппроксимирующие узловые перемещения в местной, правой ортогональной системе координат x', y', z' , где ось x' направлена вдоль стороны $j-k$, ось y' лежит в плоскости элемента, имеют вид:

-для мембранных составляющих (линейные перемещения вдоль осей x' и y'):

$$C = -(a_j + b_j x + c_j y) = L_j;$$

2Δ

-для изгибных составляющих (линейное перемещение вдоль оси z' и углы поворота относительно осей x' и y')

$$\begin{aligned} C_j^w &= L_j + L_j^2 L_k + L_j^2 L_n + L_k^2 L_j + L_n^2 L_j; \\ C_j^v &= b_n (L_j^2 L_k + 0.5 L_j L_k L_n) - b_k (L_j^2 L_n + 0.5 L_j L_k L_n); \\ C_j^y &= c_n (L_j^2 L_k + 0.5 L_j L_k L_n) - c_k (L_j^2 L_n + 0.5 L_j L_k L_n); \end{aligned}$$

Здесь $b_j = y'_k - y'_n$; $c_j = x'_n - x'_k$, остальные коэффициенты b и c получаются циклической перестановкой индексов j, k, n .

Для получения компонента, характеризующих изгиб элемента, использовалось численное интегрирование по Гауссу с тремя точками интегрирования на серединах сторон элемента.

Матрицы, характеризующие четырехугольный элемент общего вида, получены на базе аппроксимирующих функций, которые в местной косоугольной нормированной системе координат ξ и η имеют вид:

- для мембранных составляющих (линейные перемещен. вдоль осей x' и y'):

$$C_i(\xi, \eta) = 0.25(1 + \xi_j \xi)(1 + \eta_j \eta);$$

-для изгибных составляющих (линейное перемещение вдоль оси z' и углы поворота относительно осей x' и y'):

$$C_i^w(\xi, \eta) = E_i^w(\xi) E_i^w(\eta);$$

$$C_j^w(\xi, \eta) = b(\xi) E_j^w(\xi) E_j(\eta);$$

$$C_j^y(\xi, \eta) = a(\eta) E_j^w(\eta) E_j(\xi),$$

где - $E_j^w(\mu), E_j(\mu)$ ($\mu = \xi, \eta$) - одномерные балочные функции Эрмита

$$E_j^w(\mu) = -0.25 \mu_j \mu^3 + 0.75 \mu_j \mu + 0.5;$$

$$E_j(\mu) = 0.25(\mu^3 + \mu_j \mu^2 - \mu + \mu_j)$$

- $a(\eta)$ и $b(\xi)$ - половины расстояний между противоположными сторонами элемента вдоль осей ξ и η соответственно

$$a(\eta) = 0.5[a_1(1-\eta) + a_2(1+\eta)];$$

$$b(\xi) = 0.5[b_1(1-\xi) + b_2(1+\xi)]$$

Вывод

Отдавая должное высокой точности конечно-элементной аппроксимации покрышек полых или с заполнением, следует отметить сложность назначения в расчетах их осредненного модуля упругости и коэффициента Пуассона, что связано с резкой неоднородностью элементов покрышек (протектора, каркаса, борта, бортовых колец, каркасных кордовых слоев, брекерных кордовых слоев). Исследования модуля упругости и коэффициента Пуассона резинового заполнения показали их близость к свойствам каучука.

Литература

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. -М.: Мир, 1975 -541 с.
2. Видный Г.Р., Колчин Г.Б., Клованич С.Ф. Матричный метод решения задач строительной механики.- Кишинев: Штиинца, 1981 -308 с.
3. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. -М.: Стройиздат, 1982 - 448 с.
4. Постов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. - Л.: Судостроение, 1974 - 341 с.
5. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. М.: Мир, 1977-349 с.