УДК 691.51/55

ОПИСАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ПОЛИНОМА

Довгань И.В., Колесников А.В., Семенова С.В., Кириленко Г.А.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г.Одесса

Современные строительные материалы можно представить как сложноорганизованные гетерогенные композиции. Поэтому на наш взгляд представляет интерес анализ геометрических параметров их структуры.

Одной из особенностей гетерогенных сред сложной структуры, таких как полимерные и композиционные материалы, вяжущие вещества и изделия на их основе, является полиморфизм. Значительное разнообразие их форм обусловлено не только их индивидуальными физико-химическими свойствами, но также и широкими пределами изменения геометрических характеристик их структуры. Во многих случаях рассматриваемые системы могут быть охарактеризованы как физические фракталы, которые понимаются как статистически самоподобные объекты, у которых при определенных малых масштабах 2(N) размерность подобия (1)

$$D_s = -\frac{ln\,N}{ln\,2(N)} \tag{1}$$

не равна целому числу, N – число ячеек-элементов пространства вложения, необходимых для покрытия рассматриваемого объекта. Фактически здесь рассматривается физический эквивалент взятие предела r(N) →0. Для таких известных фракталов, как кривая Кох, фрактальная размерность D равна размерности вложения D_s ≈1,5, для ковра Серпинського D=D_s=1,89… Таким образом любой фрактал в строгом смысле занимает по размерности D или D_s промежуточное положение между объемным телом и поверхностью, поверхностью и кривой. Для фрактальных сред в связи с этим наиболее естественным кажется представление при помощи многочленов.

Рассмотрим процедуру определения геометрических характеристик исследуемого объекта на основе подсчета числа клеток N(r) покрывающего множества трехмерного пространства. Трехмерный объем такого множества при малых r представляется суммой (2)

$$\overline{V} \approx V_v + V_s + V_l + V_p \ , \tag{2}$$

где V_v – чисто объемная составляющая, V_s – суммарный клеточный объем, доставляемый поверхностью, V_l – суммарный клеточный объем, доставляемый линейными объектами, V_p - суммарный клеточный объем, доставляемый точечными объектами. Для объемных тел не фрактальной природы $\overline{V} \to V_v$ при r →0. Соответствующие объемы связаны с числом ячеек [1] (3-6):

$$V_v = N_v(r)\cdot r^2 \to \frac{V_v^\circ}{r^3}\cdot r^3 = V_v^\circ \tag{3}$$

$$V_s = N_s(r)\cdot r^3 \to \frac{S^\circ}{r^2}\cdot r^3 = S^\circ\cdot r \tag{4}$$

$$V_l = N_l(r)\cdot r^3 \to \frac{l^\circ}{r}\cdot r^3 = l^\circ\cdot r^2 \tag{5}$$

$$V_p = N_p(r)\cdot r^3 \to p^\circ\cdot r^3 = p^\circ\cdot r^3 \tag{6}$$

Таким образом, формула (2) переходит в формулу (7):

$$\overline{V} \approx V^{\circ} + S^{\circ} \cdot r + l^{\circ} \cdot r^2 + p^{\circ} \cdot r^3 \tag{7}$$

Для числа ячеек $N_v(r)$ имеем (8)

$$N_v(r) = \frac{V^{\circ}}{r^3} + \frac{S^{\circ}}{r^2} + \frac{l^{\circ}}{r} + p \tag{8}$$

Для обратного размера ячейки ε=1/r выражение (8) дает (9):

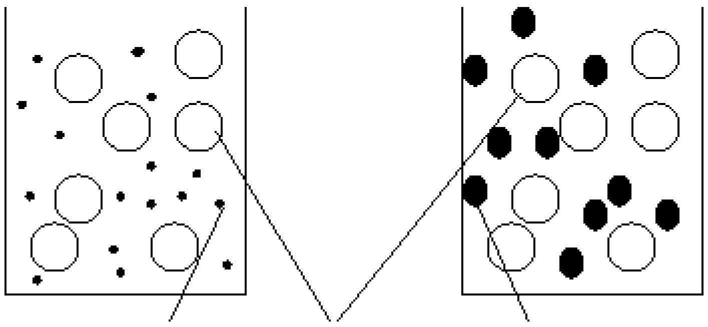
$$N(\varepsilon) \approx a_3\varepsilon^3 + a_2\varepsilon^2 + a_1\varepsilon + a_{\circ} \tag{9}$$

Здесь для удобства были переобозначены коэффициенты (сравни (9) и (8)), но за ними сохранился физический смысл: a_3 соответствует вкладу объемных компонентов, a_2 – поверхностных, a_1 – линейных, a_0 – точечных. Наряду с (9) удобно рассматривать и его нормированный вариант (10)

$$1 = y_3\varepsilon^3 + y_2\varepsilon^2 + y_1\varepsilon + y_0 \tag{10}$$

где y_i представляют доли соответствующих компонент (например,

$$V_r = V + S_r + \pi B r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3$$



A_1 B A_2

Рис.1. Схема экспериментов по определению геометрических характеристик дисперсных систем

$$
\begin{aligned}
N(\varepsilon) = {} & \frac{(\varepsilon-\varepsilon_1)(\varepsilon-\varepsilon_2)(\varepsilon-\varepsilon_3)}{(\varepsilon_0-\varepsilon_1)(\varepsilon_0-\varepsilon_2)(\varepsilon_0-\varepsilon_3)} \cdot N_0 + \\
& + \frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)(\varepsilon-\varepsilon_2)(\varepsilon-\varepsilon_3)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_0)(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(\varepsilon_1-\varepsilon_3)} \cdot N_1 + \\
& + \frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)(\varepsilon-\varepsilon_1)(\varepsilon-\varepsilon_3)}{(\varepsilon_2-\varepsilon_0)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(\varepsilon_2-\varepsilon_3)} \cdot N_2 + \\
& + \frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)(\varepsilon-\varepsilon_1)(\varepsilon-\varepsilon_2)}{(\varepsilon_3-\varepsilon_0)(\varepsilon_3-\varepsilon_1)(\varepsilon_3-\varepsilon_2)} \cdot N_3
\end{aligned}
\qquad (12)
$$

При измерении или подсчете четырех пар (N_0,ε_0), (N_1,ε_1), (N_2,ε_2), (N_3,ε_3) получаем многочлен вида (9). Другой более продуктивный метод состоит в обработке большего числа пар (N_i,ε_i) методом наименьших квадратов с аппроксимацией полиномом (9).

Заключение

Все рассматриваемые виды представлений тел и сред сложной геометрии, особенно (10) оказываются полезными при исследовании строительных материалов с помощью теории дисперсных систем [1,2,3], так как они позволяют корректно учесть не только объемные компоненты, но и внутренние поверхности раздела. Таким образом, описание геометрических свойств дисперсных систем является продуктивным подходом при исследовании процессов структурообразования в строительном материаловедении.

SUMMARY

A geometric model of the structure of three-dimensional heterogeneous materials is proposed. The geometrical parameters of these systems can be expressed in the form of the corresponding polynomial.

Литература

1.Федер Е. Фракталы. М., «Мир», 1991, -259с.
2. Буземан Г. Выпуклые поверхности, М., «Мир», 1964, -166с.
3. Хакен Г. Синергетика. М., «Мир»., 1980, -404с.