

Сучасні проблеми механіки та математики

УДК 69.04(075.8)

**РОЛЬ МЕТОДА ПРЯМОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ В
СОВРЕМЕННОЙ МЕХАНИКЕ**

Юрий Крутий

146

Одесская государственная академия строительства и архитектуры,
ул. Дидрихсона, 4, г. Одесса, 65029, Украина

Всякий раз, когда какая-либо задача механики сводится к дифференциальному уравнению, естественно попытаться найти его точное решение. Поэтому естественным и важным методом решения задач механики является метод прямого интегрирования. Однако отсутствие в подавляющем большинстве случаев точных решений для дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами отодвинуло на задний план этот метод. Можно предположить, что указанное обстоятельство явилось одной из основных побудительных причин бурного развития приближенных методов.

Ярким примером сказанному может служить дифференциальное уравнение продольного изгиба упругого стержня, сжатого постоянной продольной силой N , которое имеет вид

$$(E(x)I(x)y''(x))'' + Ny''(x) = 0,$$

где $E(x)I(x)$ – изгибная жесткость, $y(x)$ – прогиб сечения стержня в точке x . Когда изгибная жесткость изменяется непрерывно, случаи построения точного решения такого уравнения составляют редкое исключение.

А нужны ли вообще сегодня точные решения и какая роль им отводится в компьютеризированную эпоху? В наши дни компьютерные технологии прочно вошли в практику выполнения инженерных расчетов. Существует множество широко распространенных программных продуктов, основанных на реализации приближенных (численных) методов расчета. Поэтому принято считать [1], что прикладная роль аналитических решений частных задач в последнее время неуклонно ослабевает.

Очевидно, такой вывод вполне справедлив. Правда, при этом полностью не отрицается значимость точных решений, поскольку именно такие решения используются в качестве тестов для проверки корректности и оценки точности различных приближенных методов. Это в свою очередь позволяет также отлаживать и верифицировать различные программные разработки [1]. В целом же, отвечая на поставленный выше вопрос, следует констатировать, что точные решения хоть и не утратили полностью своей актуальности, но играют сегодня в механике подчиненную (вспомогательную) роль.

В чем заключается коренная причина такой незавидной роли точных решений? Эта причина лежит на поверхности и, очевидно, заключается в отсутствии универсального метода интегрирования дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами более или менее общего вида.

Предположим, например, что найдено точное решение уравне-

ния продольного изгиба, пригодное для произвольной непрерывной переменной изгибной жесткости. В таком случае при попытке создания универсального программного продукта для решения задач устойчивости стержней с непрерывной переменной жесткостью не возникло бы необходимости привлекать какие-либо приближенные методы. Достаточно было бы запрограммировать численную реализацию формул, которыми определено точное решение. В такой ситуации программный продукт будет логическим продолжением точного решения, а вместе они составили бы неразрывное единое целое. Кроме того, как известно, точное решение несет в себе информацию качественного характера и формирует более полную картину рассматриваемого явления. Можно предположить, что роль таких точных решений, которые охватывали бы целые классы задач, оказалась бы значительно выше, чем сегодняшняя роль точных решений частных задач.

Автором разработан новый метод прямого интегрирования для линейных дифференциальных уравнений с произвольными непрерывными переменными коэффициентами. Этим методом проинтегрированы некоторые уравнения строительной механики, в том числе упомянутое выше уравнение продольного изгиба в случае произвольной непрерывной изгибной жесткости [2]. Суть метода впервые была изложена в работе [3] на примере дифференциального уравнения поперечных колебаний стержня.

Очевидно, наличие нового метода прямого интегрирования открывает новые перспективы для решения самых разных классов задач механики.

1. Гузев Р.Н., Сливкер В.И. Обобщенная задача Тимошенко // Строительная механика и расчет сооружений. № 1, 2009. – С. 12-16.
2. Крутий Ю.С. Задача Эйлера в случае непрерывной поперечной жесткости // Строительная механика и расчет сооружений. № 6, 2010. – С. 22-29.
3. Крутий Ю.С. Точное решение дифференциального уравнения свободных поперечных колебаний неоднородного прямого стержня переменного сечения с непрерывно распределенной переменной массой // Строительная механика и расчет сооружений. № 5, 2011. – С. 47-53.

ROLE OF THE METHOD OF DIRECT INTEGRATION IN MODERN MECHANICS

The question of a role of a method of direct integration in mechanics is discussed. Due to the existence of a new method of integration of the differential equations the prospect for the solution of different classes of problems of mechanics is stated.