

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ НЕВЫГОДНЫХ НЕСОВЕРШЕНСТВ ФОРМЫ СРЕДИННОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ОБОЛОЧЕК

Дорофеев В.С., д.т.н., профессор, Коломийчук Г.П., к.т.н., доцент

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

Научно – технический прогресс в материаловедении, технологии возведения строительных объектов открывают для проектировщиков значительные возможности по внедрению новых архитектурно выразительных и конструктивно индивидуальных решений с покрытиями железобетонными тонкостенными оболочками сложной геометрии. Такие покрытия в значительной мере используются для общественных зданий с большими зальными помещениями, где одновременно может находиться большое количество людей. Это очень ответственные конструкции и требования к проектированию, возведению, а в дальнейшем и к их эксплуатации должны соответствовать международным стандартам даже на случай аварийных ситуаций [1 - 8].

В настоящее время может считаться общепризнанным тот факт, что различные случайные несовершенства (дефекты) играют существенную роль в проблеме устойчивости реальных оболочек.

Начальные дефекты оболочек могут быть классифицированы следующим образом: 1) несовершенства формы – начальные погиби или вмятины, отклонения фактических размеров от заданных; 2) несовершенства напряженного состояния – наличие полей самоуравновешенных начальных напряжений, полей макросвойств материала и т.п.; 3) несовершенства воздействий – отклонение реальных условий загрузки от расчетных, пульсация нагрузки; 4) несовершенства граничных условий. Наиболее опасными, как правило, оказываются несовершенства формы.

Обширное число теоретических и экспериментальных исследований как отечественных, так и зарубежных авторов посвящено оценке влияния начальных прогибов на устойчивость оболочек. Большинство их выполнены применительно к упругим, преимущественно металлическим оболочкам.

Исследования влияния начальных несовершенств можно распределить на четыре группы: 1) произвольные начальные прогибы; 2) начальные прогибы копирующие форму потери устойчивости оболоч-

ки идеальной формы, – исследования начального послекритического состояния и чувствительности к начальным прогибам; 3) начальные прогибы частных видов – вмятины, плоские участки и т.д.; 4) случайные начальные прогибы.

Потребность в надежных конструкциях послужила толчком в постановке тщательных экспериментов на цилиндрических (рис. 1) и сферических (рис. 2) оболочках.

Поведение моделей пологих прямоугольных в плане оболочек под действием поперечной нагрузки с замерах полей начальных прогибов рассмотрено в работе Волосовича О.В. и Тимашева С.А. [11]. Испытано двадцать моделей квадратных сферических оболочек большой кривизны из сплава АМц-М с размерами сторон 300 мм, радиусом кривизны 549,9 мм, толщиной 0,4 мм. Модели изготовляли оттяжкой на текстолитовой матрице.

Анализ замеров начальных несовершенств моделей показывает, что средние амплитуды начальной погиби не превышают 0,15 толщины, а максимальные (в виде отдельных крайне редких выбросов) – 0,39 толщины оболочки. Неправильности имеют вид отдельных хаотически расположенных не сообщающихся вмятин произвольной формы, близкой к эллиптической.

Истинная структура поля начальных несовершенств обрабатывалась методами селективных преобразований и локального сканирования.

Выпучивание чаще всего происходило с образованием: одной вмятины (65% рис. 3); двух вмятин (25%); трех вмятин (5%); четырех одинаковых вмятин (5%).

Основной вывод – начальные несовершенства являются главным фактором, который снижает критическую нагрузку, поскольку все остальные условия экспериментов оставались неизменными. Они имеют ярко выраженный локальный характер и служат первичными «очагами» выпучин.

В работе [12] испытана модель пологой железобетонной оболочки квадратного очертания в плане с заделанными краями (рис. 4, а).

Перед испытаниями вся площадь поля оболочки была разбита на квадраты $12,5 \times 12,5$ см и в каждой вершине замерена кривизна. Отсчет производили по нижней поверхности поля оболочки с точностью до 10^{-3} см^{-1} . На рис. 4, б, в в виде горизонталей показано поле прогибов построенное по опытным и расчетным данным. Здесь наблюдается местное увеличение прогибов в областях наибольших замеренных несовершенств кривизны поверхности.

$$\lambda = \frac{P_3}{P_{кл}}$$

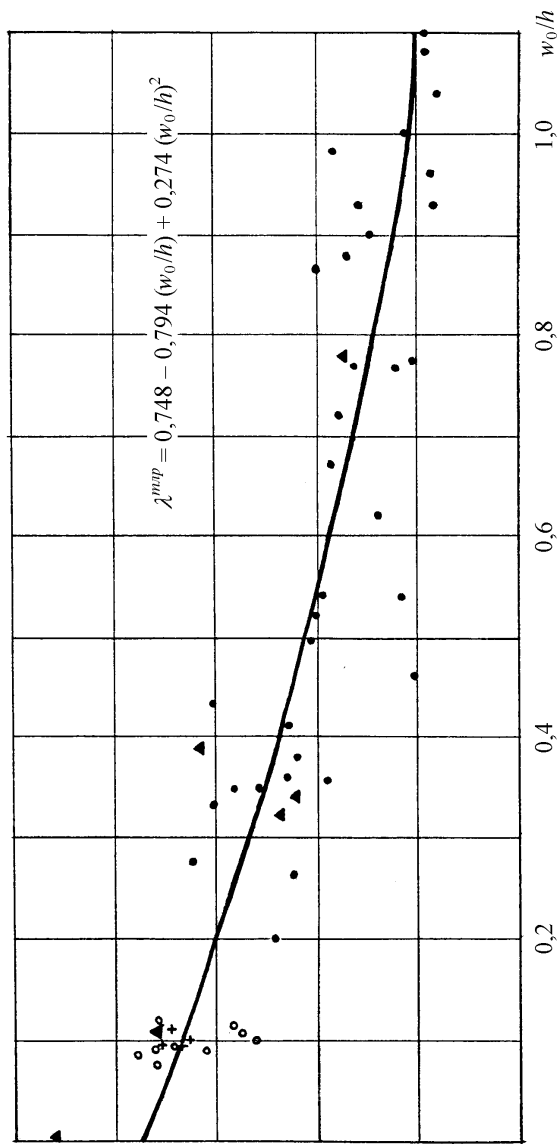


Рис. 1. Экспериментальные и теоретические значения относительных критических нагрузок замкнутых оболочек при осевом сжатии [9]; P_3 – экспериментальная продольная критическая нагрузка;

$P_{кл}$ – классическая теоретическая критическая нагрузка; w_0 – начальный прогиб /максимальный/;

h – толщина оболочки; $\lambda^{тp}$ – теоретическая линия регрессии подобрана по методу наименьших квадратов.

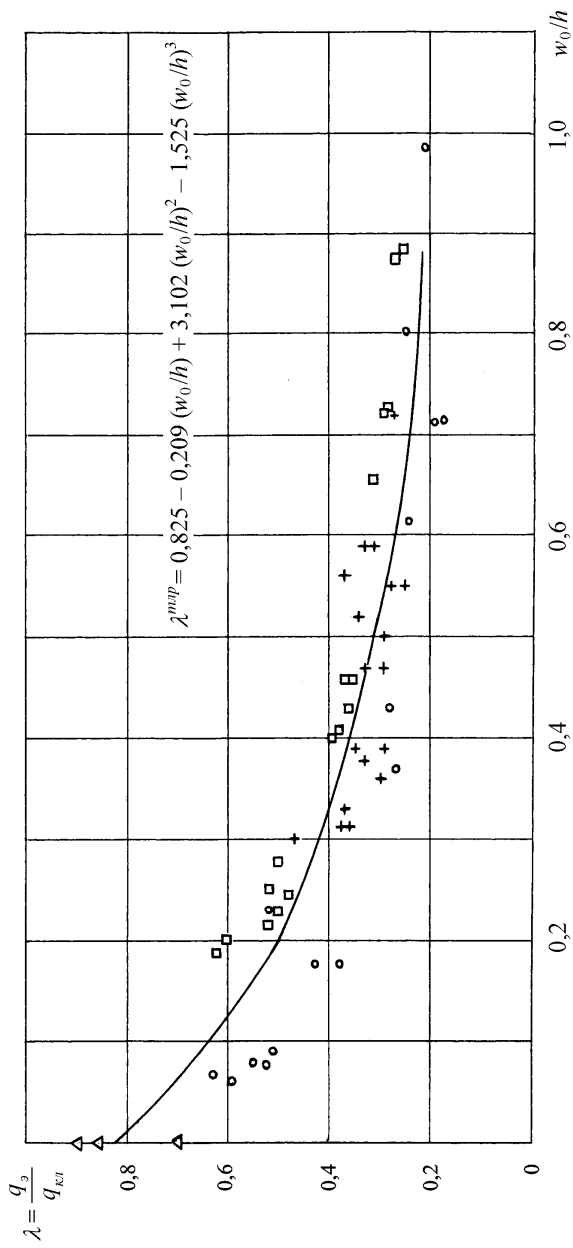


Рис. 2. Экспериментальные и теоретические значения относительных критических нагрузок открытых сферических оболочек при внешнем давлении [10]: φ – экспериментальная поперечная критическая нагрузка; \square – классическая теоретическая критическая нагрузка.

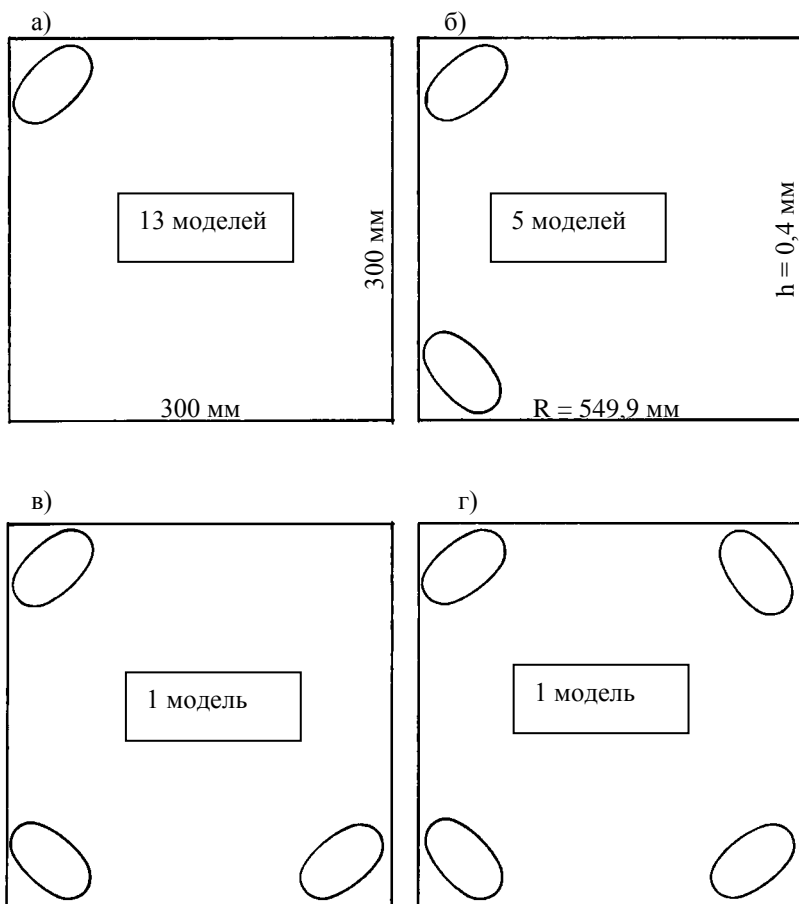


Рис. 3. Формы потери устойчивости шарнирно закрепленных сферических моделей-оболочек из сплава АМц-М:
а) с одной эллипсовидной вмятиной в углу; б) с двумя односторонними угловыми вмятинами; в) с тремя вмятинами; г) с четырьмя вмятинами (симметричный случай).

Результаты контрольной геодезической съемки поверхности оболочки положительной кривизны [13] покрытия рынка в г. Минске с размерами в плане 103×103 м показали, что среднее отклонение центральной части поля оболочки от проектного положения составило -23.3 мм, а среднеквадратическое отклонение ± 38.4 мм, соответственно для контурных элементов $+26.75$ мм и ± 31.2 мм. Анализ работ по

возведению сборно-монолитной аглопоритожелезобетонной оболочки показал, что совокупность функциональных и технологических ошибок превысила допустимые расчетом величины отклонения поверхности оболочки от проектного положения. Точность монтажа большепролетных покрытий в виде оболочек без использования специальных приспособлений, как правило, не может удовлетворить требования проекта.

Зильбер Я.М. [14] выполнил замеры фактических геометрических несовершенств железобетонных оболочек покрытий положительной кривизны конструкции ПИ-1.

Замеры превышений поля плит или кондукторов над номинальным уровнем производилась с помощью нивелира НВ-1 и специальной рейки, оборудованной для повышения точности измерений штырем и отвесом. Таким образом, полученная отметка соответствовала именно той точке, где производился замер. Геометрические размеры определяли с помощью металлической рулетки.

Проведенные исследования позволили сделать несколько суждений о характере начальных неправильностей реальных оболочек:

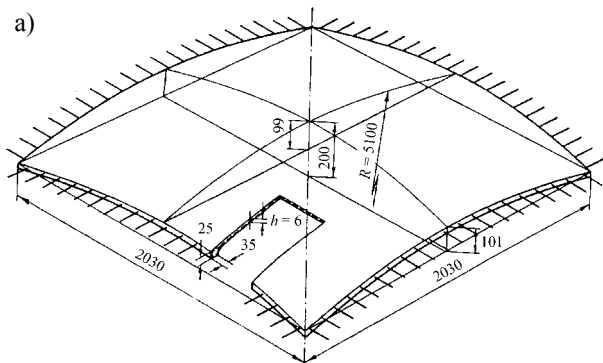
1. Практически нигде математическое ожидание не равно нулю. Это говорит о том, что существуют некоторые систематические факторы, влияющие на статистические свойства изделий.

2. Статистические характеристики геометрических размеров плит имеют разброс, значительно превышающий существующие нормы. Это необходимо учитывать при назначении коэффициента перегрузки, оценки качества

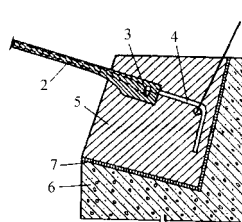
3. Длительный опыт эксплуатации оболочек со значительными начальными несовершенствами показывает, что необходимо дать научно обоснованные методы назначения нормативов на точность изготовления и монтажа оболочек.

Для исследования неосесимметричного деформирования прямоугольных в плане цилиндрических оболочек покрытий с начальными несовершенствами срединной поверхности под действием поперечной равномерно распределенной нагрузки получена система нелинейных алгебраических уравнений [15]

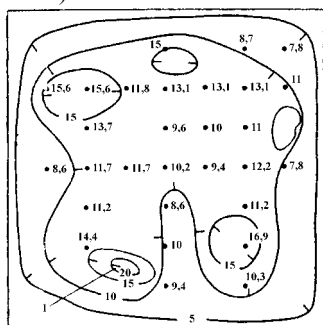
а)



- 1, 3 – арматурный стержень $\varnothing 8$ мм;
 2 – железобетонная модель-оболочка;
 4 – арматурный выпуск $\varnothing 5$ мм;
 5 – бетон замоноличивания;
 6 – испытательный стенд;
 7 – металлическое покрытие паза



б)



в)

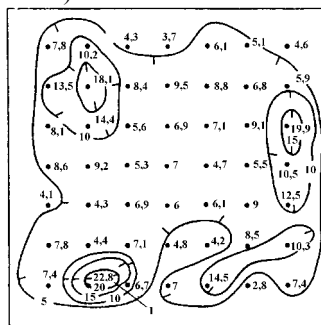


Рис. 4. Поведение квадратной железобетонной модели-оболочки при загрузении равномерно распределенной нагрузкой:
 а) геометрия модели-оболочки; б) опытное поле прогибов;
 в) расчетное поле прогибов изготовления и монтажа.

$$\left. \begin{aligned}
& \sum_k \sum_l \left[\frac{1}{4} \left(\frac{k^2}{\lambda} + l^2 \lambda \right)^2 \bar{f}_{kl} + \frac{3(1-\nu^2)}{\pi^2} (\bar{k}_1 l^2 + \bar{k}_2 k^2) \bar{\varphi}_{kl} \right] B(1) - \\
& - \frac{1}{4} \sum_t \sum_s \left(\frac{t^2}{\lambda} + s^2 \lambda \right)^2 \bar{f}_{ts}^0 B(2) - \frac{3(1-\nu^2)}{4\pi^2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \left[i^2 l^2 (\bar{f}_{ij} \bar{\varphi}_{kl} + \right. \\
& + \bar{\varphi}_{ij} \bar{f}_{kl}) B(3) - 2ijk l \bar{f}_{ij} \bar{\varphi}_{kl} B(4) \left. \right] - \bar{q} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^6} B(5) = 0, \\
& \sum_k \sum_l \left[\left(\frac{k^2}{\lambda} + l^2 \lambda \right)^2 \bar{\varphi}_{kl} - \left(\bar{k}_1 \frac{l^2}{\pi^2} + \bar{k}_2 \frac{k^2}{\pi^2} \right) \bar{f}_{kl} \right] B(1) + \\
& + \frac{1}{\pi^2} \sum_t \sum_s (\bar{k}_1 s^2 + k_2 t^2) \bar{f}_{ts}^0 B(2) - \\
& - \frac{1}{4\pi^2} \sum_r \sum_n \sum_t \sum_s \left[r^2 s^2 \bar{f}_{rn}^0 \bar{f}_{ts}^0 B(6) - rnts \bar{f}_{rn}^0 \bar{f}_{ts}^0 B(7) \right] + \\
& + \frac{1}{4\pi^2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \left[i^2 l^2 \bar{f}_{ij} \bar{f}_{kl} B(3) - ijkl \bar{f}_{ij} \bar{f}_{kl} B(4) \right] = 0,
\end{aligned} \right\} (1)$$

где

$$\lambda = \frac{a}{b}, \quad \bar{f} = \frac{w}{h}, \quad \bar{k}_1 = \frac{a^2}{R_1 h}, \quad \bar{k}_2 = \frac{b^2}{R_2 h},$$

$$\bar{\varphi} = \frac{\Phi}{Eh^3}, \quad \bar{f}_0 = \frac{w_0}{h}, \quad \bar{q} = \frac{a^2 b^2}{Eh^4} q,$$

$$\{i, j, k, l, n, r, s, t\} = 1, 2, 3, \dots$$

Значения коэффициентов $B(i)$ упущены из – за их громоздкости.

Результаты численных экспериментов приведены на рис.5. Здесь: ФНН – форма начальных несовершенств; ФПУ – форма потери устойчивости.

По минимальным значениям критической нагрузки подобрано функциональное выражение в виде полинома третьей степени

$$\bar{q} = 0,00048 \bar{k}_2^3 + 0,0085 \bar{k}_2^2 + 0,2068 \bar{k}_2 + 64,0949, \quad (2)$$

которое справедливо для квадратных несовершенных цилиндрических оболочек покрытия с амплитудой несовершенств в пределах толщины и диапазоном кривизны $30 \leq \bar{k}_2 \leq 100$.

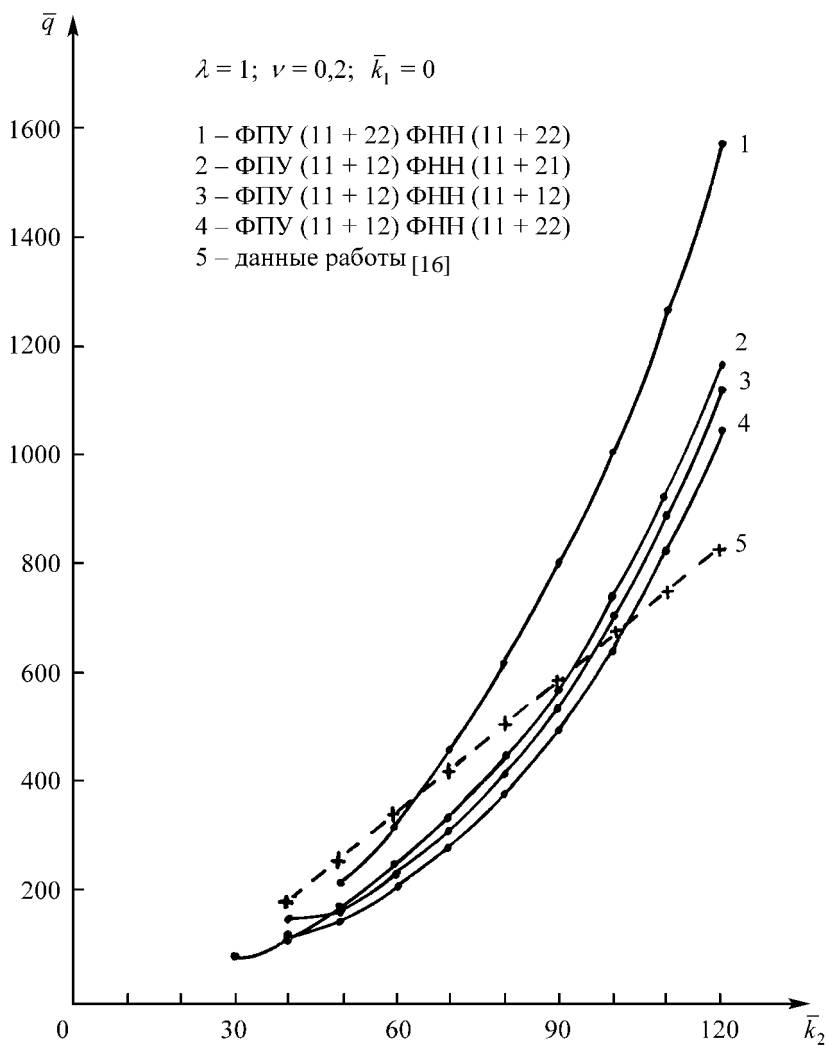


Рис. 5. Критические нагрузки неосесимметричного деформирования не совершенной цилиндрической оболочки покрытия разной подъемности

Исследования деформирования прямоугольных в плане оболочек покрытий двоякой положительной Гауссовой кривизны с локальными ограниченными начальными несовершенствами срединной поверхности под действием поперечной равномерно распределенной нагрузки выполнено с применением численного метода конечных разностей (рис. 6) к системе исходных нелинейных дифференциальных уравнений [17].

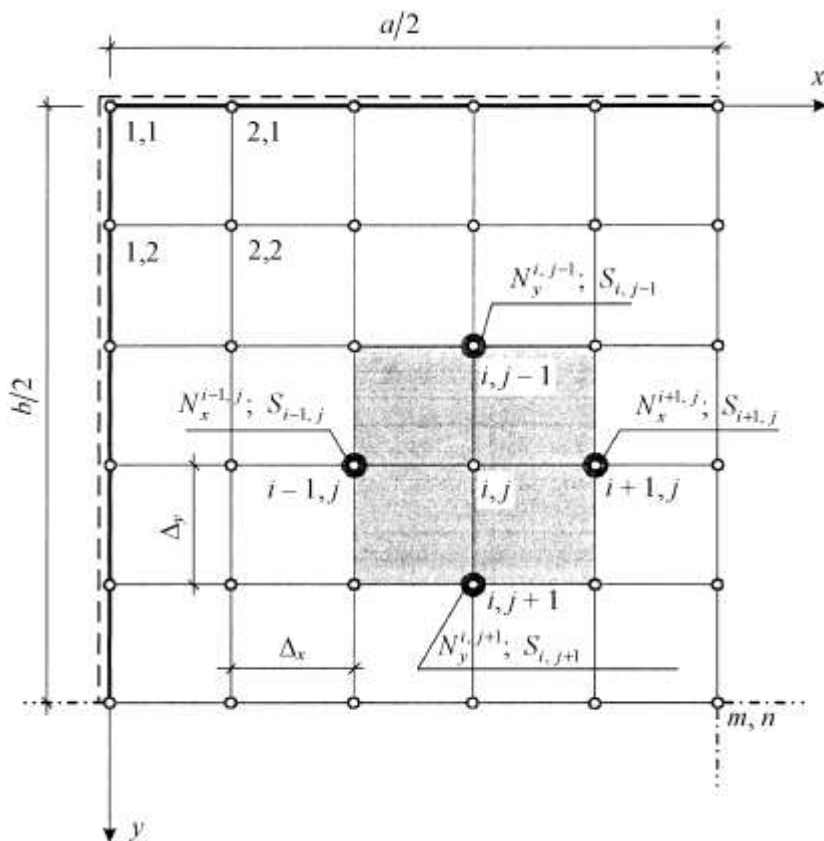


Рис. 6. Фрагмент плана отдельно стоящей пологой оболочки с нанесенной конечно-разностной сеткой

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^{i,j} &= 0,5\alpha \left\{ \bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i-1,j} + \frac{0,5\alpha}{A1} \bar{k}_x^* \bar{w}_{i,j} + \frac{0,25\alpha}{A1} \left[(\bar{w}_{i+1,j} + \right. \right. \\
&+ \bar{w}_{i+1,j}^0 - \bar{w}_{i-1,j} - \bar{w}_{i-1,j}^0)^2 - (\bar{w}_{i+1,j}^0 - \bar{w}_{i-1,j}^0)^2 \left. \left. \right] \right\} / A1; \\
\varepsilon_y^{i,j} &= 0,5\alpha \left\{ \bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j-1} + \frac{0,5}{A1} \bar{k}_y^* \bar{w}_{i,j} + \frac{0,25}{A1} \left[(\bar{w}_{i,j+1} + \right. \right. \\
&+ \bar{w}_{i,j+1}^0 - \bar{w}_{i,j-1} - \bar{w}_{i,j-1}^0)^2 - (\bar{w}_{i,j+1}^0 - \bar{w}_{i,j-1}^0)^2 \left. \left. \right] \right\} / A1; \\
\gamma_{i,j} &= \frac{0,5}{A1} (\bar{u}_{i,j+1} - \bar{u}_{i,j-1}) + \frac{0,5\alpha}{A1} (\bar{v}_{i+1,j} - \bar{v}_{i-1,j}) + \frac{0,25\alpha}{A1^2} \times \\
&\times \left[(\bar{w}_{i+1,j} + \bar{w}_{i+1,j}^0 - \bar{w}_{i-1,j} - \bar{w}_{i-1,j}^0) (\bar{w}_{i,j+1} + \bar{w}_{i,j+1}^0 - \bar{w}_{i,j-1} - \bar{w}_{i,j-1}^0) - \right. \\
&\left. - (\bar{w}_{i+1,j}^0 - \bar{w}_{i-1,j}^0) (\bar{w}_{i,j+1}^0 - \bar{w}_{i,j-1}^0) \right]; \\
\chi_x^{i,j} &= -\alpha^2 (\bar{w}_{i+1,j} - 2\bar{w}_{i,j} + \bar{w}_{i-1,j}); \\
\chi_y^{i,j} &= -\bar{w}_{i,j+1} + 2\bar{w}_{i,j} - \bar{w}_{i,j-1}; \\
\bar{\chi}_{i,j} &= -0,25\alpha (\bar{w}_{i+1,j+1} + \bar{w}_{i-1,j-1} - \bar{w}_{i-1,j+1} - \bar{w}_{i+1,j-1}); \\
\begin{pmatrix} M_x^{i,j} \\ M_y^{i,j} \\ H_{i,j} \\ N_x^{i,j} \\ N_y^{i,j} \\ S_{i,j} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \chi_x^{i,j} \\ \chi_y^{i,j} \\ \bar{\chi}_{i,j} \\ \varepsilon_x^{i,j} \\ \varepsilon_y^{i,j} \\ \gamma_{i,j} \end{pmatrix} \quad (3) \\
\alpha (N_x^{i+1,j} - N_x^{i-1,j}) + S^{i,j+1} - S^{i,j-1} &= 0; \\
\alpha (S^{i+1,j} - S^{i-1,j}) + N_y^{i,j+1} - N_y^{i,j-1} &= 0; \\
\alpha^2 (M_x^{i+1,j} - 2M_x^{i,j} + M_x^{i-1,j}) + 0,5\alpha (H_{i+1,j+1} + H_{i-1,j-1} - H_{i-1,j+1} - H_{i+1,j-1}) + \\
+ M_y^{i,j+1} - 2M_y^{i,j} + M_y^{i,j-1} - 12A1 [N_x^{i,j} \alpha^2 (\bar{w}_{i+1,j} + \bar{w}_{i+1,j}^0 - 2\bar{w}_{i,j} - 2\bar{w}_{i,j}^0 + \\
+ \bar{w}_{i-1,j} + \bar{w}_{i-1,j}^0) + N_y^{i,j} (\bar{w}_{i,j+1} + \bar{w}_{i,j+1}^0 - 2\bar{w}_{i,j} - 2\bar{w}_{i,j}^0 + \bar{w}_{i,j-1} + \bar{w}_{i,j-1}^0) + \\
+ S_{i,j} \alpha (\bar{w}_{i+1,j+1} + \bar{w}_{i+1,j+1}^0 + \bar{w}_{i-1,j-1} + \bar{w}_{i-1,j-1}^0 - \bar{w}_{i-1,j+1} - \bar{w}_{i-1,j+1}^0 - \\
- \bar{w}_{i+1,j-1} - \bar{w}_{i+1,j-1}^0) / 2] = \bar{q}_{i,j}^*,
\end{aligned}$$

где

$$\bar{w} = w/h; \quad \bar{u} = u/h; \quad \bar{v} = v/h; \quad A1 = \Delta_y/h; \quad \alpha = \Delta_y/\Delta_x; \quad \bar{k}_x^* = \bar{k}_x/(m-1)^2; \\ \bar{k}_y^* = \bar{k}_y/(n-1)^2;$$

$$\bar{q}_{i,j}^* = 0,75\bar{q}_{i,j} \frac{(1-\nu^2)\alpha^2}{[(m-1)(n-1)]^2}; \quad \bar{k}_x = \frac{a^2}{R_x h}; \quad \bar{k}_y = \frac{b^2}{R_y h}; \quad \bar{q}_{i,j} = q_{i,j} \frac{a^2 b^2}{Eh^4};$$

Δ_x/Δ_y – шаг конечно-разностной сетки (рис. 3.2);

m, n – индексы средней конечно-разностной точки;

a, b – длина и ширина оболочки;

h – толщина оболочки;

R_x, R_y – радиусы кривизны;

E – модуль упругости материала;

ν – коэффициент Пуассона.

На рисунке 7 показаны формы потери устойчивости несовершенных оболочек с локальной вмятиной в узле (6,6), ($m=n=7$).

По результатам численного эксперимента построен график изменения критической нагрузки осесимметричного деформирования несовершенных оболочек разной подъемистости \bar{q}_0 в отношении к критической нагрузке совершенной оболочки \bar{q} (рис. 8).

Самой неблагоприятной вмятиной для оболочек с кривизной (\bar{k}) = 40 оказалась вмятина (6,6); для оболочек с кривизной (\bar{k}) = 120 – (3,3); для остальных подъемистостей – вмятина (2,2). Вмятины (4,4), (6,6) и (7,7) при кривизнах (\bar{k}) \gg 600 увеличивают значение критической нагрузки.

Выводы

1. Для квадратных несовершенных цилиндрических оболочек покрытия, с диапазоном кривизн $30 \leq \bar{k}_2 \leq 100$, подобрано функциональное выражение критической нагрузки.

2. Определены наименьшие критические нагрузки и формы потери устойчивости симметричных моделей пологих оболочек двойкой кривизны с несовершенствами формы при шарнирном опирании.

3. Проектирование, возведение и эксплуатация оболочек покрытий нуждается в современных научно обоснованных подходах наиболее полно описывающих их фактическое состояние.

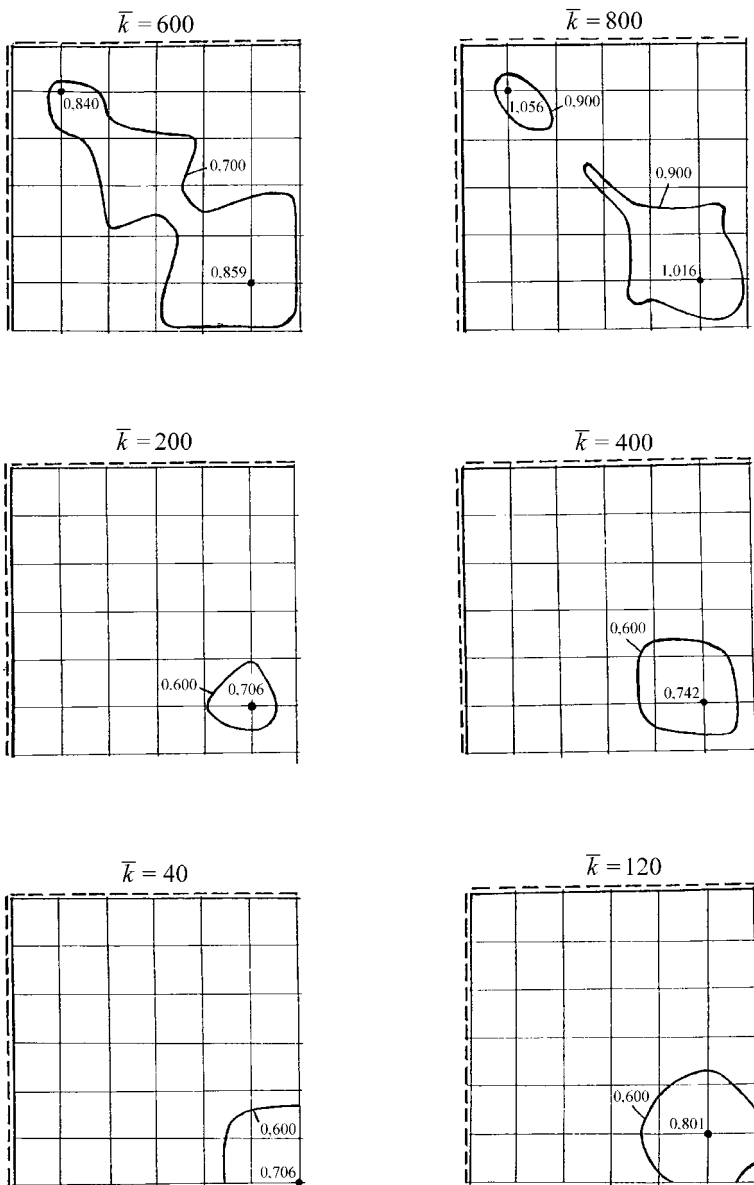


Рис. 7. Формы потери устойчивости: оболочки с вмятиной /6,6/

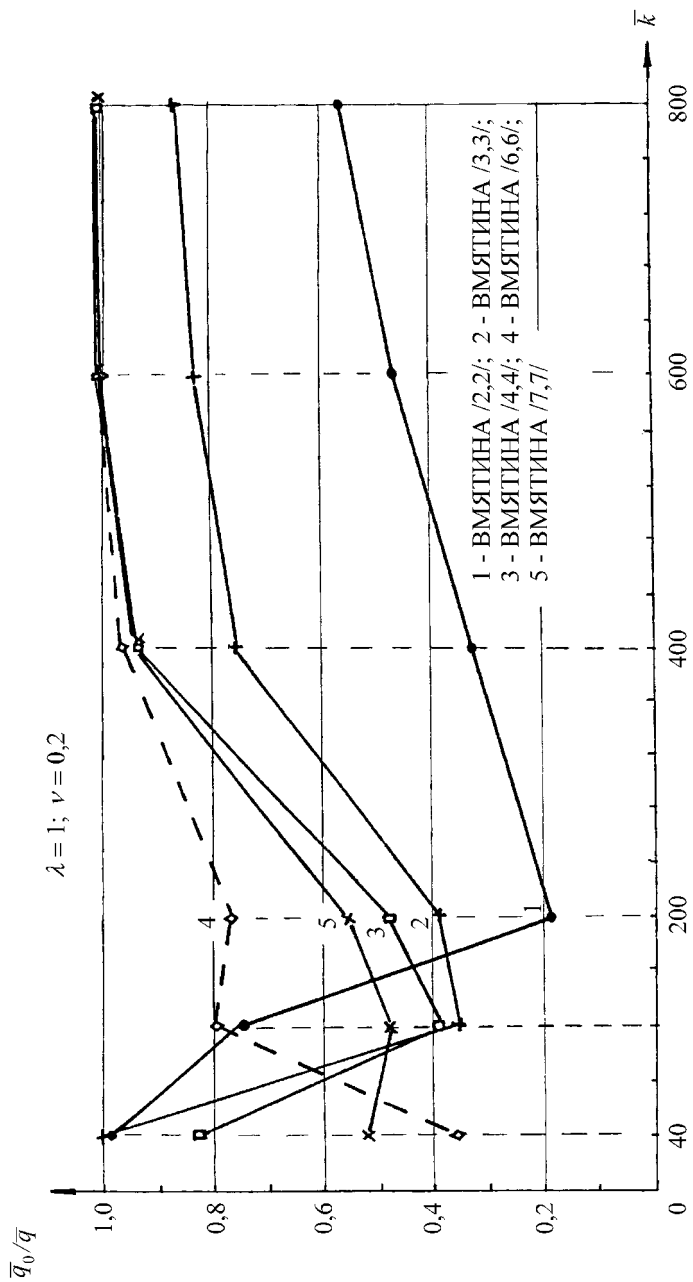


Рис. 8. Критические нагрузки осесимметричного деформирования несовершенных оболочек разной подьемности

Summary

Modern design, construction and operation of thin-walled shells should be performed taking into account the increased quality requirements. The influence of unfavorable initial imperfections of the middle surface, resulting in a real building structures, the stability of shells of different geometry is shown.

Литература

1. Дорофеев В.С., Коломийчук Г.П. Вплив геометричного параметру кривизни на поведінку пологих залізобетонних оболонок при навантаженні//Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. - Львів: Каменярь, 2007. - Вип.7. - С.437-446.

2. Isler Heinz. The stability of thin concrete Shells//Buckling Shells. Proc. State of the Art Collog., Univ. Stuttgart, May 6-7, 1982. – Berlin, 1982. -p.645-672.

3. Шугаев В.В., Соколов Б.С. Аварии железобетонных конструкций и их предупреждение/ Бетон и железобетон – пути развития. Научные труды 2 Всероссийской (международной) конференции по бетону и железобетону. Том 1. Пленарные доклады. -М.: Дипак, 2005. - С.371 - 380.

4. Шугаев В.В. Инженерные методы в нелинейной теории предельного равновесия оболочек. -М.: Готика, 2001. -368с.

5. Тярно Ю.А. Обобщенные схемы образования трещин в железобетонных оболочках средней длины// Труды ТПИ, 1979. -Вып.467. - С.25-35.

6. Колчунов В.И., Панченко Л.А. Расчет составных тонкостенных конструкций. -М.: Изд-во АСВ, 1999. -281с.

7. Dulaska E. The safety factor to be applied in Shells buckling analysis// Acta Technica Acad. Shi Hung., 1986. -Vol.99 (1-2). - p.9-30.

8. Дорофеев В.С., Коломийчук Г.П. Оценка ресурса эксплуатируемых железобетонных несущих конструкций больших объектов// Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. - Рівне: НУВГП, 2005. – Вип. 13. – С. 352 – 355.

9. Коломийчук Г.П. Влияние начальных несовершенств формы на устойчивость металлических и пластмассовых моделей замкнутых цилиндрических оболочек при осевом сжатии // Материали V Міжнародного симпозиума «Современные конструкции из металла и древесины», Одесса: ВМК «Місто майстрів». – 2001. – С. 130-132.

10. Айзен Б.М. Расчет несущей способности сферических оболочек в условиях кратковременного и длительного действия нагрузки: Дис... канд. техн. наук. – Одесса, 1985. – 18 с.

11. Волосович О.В., Тимашев С.А. Начальные несовершенства и форма потери устойчивости прямоугольных выпуклых оболочек // Труды 8 Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. – М.: Наука, 1973. – С. 254-258.

12. Борзых Е.П., Хайдуков Г.К., Шугаев В.В. Исследование влияния начальных несовершенств срединной поверхности на напряженно-деформированное состояние пологих ортотропных оболочек и пластин. – М.: Наука, 1973. – С. 619-621.

13. Людковский А.М., Пигин А.П. Оценка точности монтажа оболочки покрытия рынка размером 103×103 м в Минске // Пространственные конструкции зданий и сооружений. – М.: Стройиздат, 1985. – Вып.4. – С.82-94.

14. Зильбер Я.М. Фактические геометрические несовершенства железобетонных оболочек покрытий положительной кривизны // Проблемы надежности в строительном проектировании. – Свердловск: Уралпромстройниипроект, 1972. – С. 65-70.

15. Коломийчук Г.П., Лесечко А.В. Математическая модель поведения пологих оболочек двойкой кривизны с несовершенствами формы при поперечном нагружении // Вісник ОДАБА. – Одесса: ВМК «Місто майстрів». – 2001. – № 5. – С. 70-74.

16. Кривошеин И.В. Несимметричный изгиб и устойчивость гибких оболочек покрытия // Изв. вузов. Строительство и архитектура, 1976. – № 5. – С. 62-66.

17. Дорофеев В.С., Коломийчук Г.П. Расчет пологих железобетонных оболочек в нелинейной постановке//«Теоретичні основи будівництва». Польсько – українсько – литовський збірник праць № 18. – Варшава. 2010. – С. 87 – 94.