

## ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА И КАМЕННОЙ КЛАДКИ

**Яременко Е.А.**, к.т.н., доцент,  
*Одесская государственная академия строительства и архитектуры*

**Яременко Н.А.**, к.т.н.,  
*Одесский национальный морской университет*  
asp\_yarema@ukr.net

**Аннотация.** Механические свойства бетона многосторонне исследованы. Кирпичная кладка наиболее близка по своим свойствам к бетону. Естественна попытка описания деформаций бетона и кладки единими зависимостями. Предложена методика построения диаграмм, определяющих кратковременное и длительное деформирование бетона и каменной кладки при быстром или постепенном возрастании сжимающих напряжений, учитывающем режим возведения сооружения. Деформация бетона и кладки описаны единими зависимостями с соответственной корректировкой параметров.

**Ключевые слова:** бетон, каменная кладка, деформирование.

## ДІАГРАМИ ДЕФОРМУВАННЯ БЕТОНУ І КАМ'ЯНОЇ КЛАДКИ

**Яременко О.О.**, к.т.н., доцент,  
*Одеська державна академія будівництва і архітектури*

**Яременко Н.О.**, к.т.н.,  
*Одеський національний морський університет*  
asp\_yarema@ukr.net

**Анотація.** Механічні властивості бетону багатосторонньо досліджені. Цегляна кладка найбільш близька за своїми властивостями до бетону. Природна спроба опису деформацій бетону і кладки єдиними залежностями. Запропонована методика побудови діаграм, що визначають короткочасну і тривалу деформацію бетону і кам'яної кладки при швидкому або поступовому зростанні стискуючої напруги, що враховує режим зведення споруди. Деформація бетону і кладки описані єдиними залежностями з відповідним коригуванням параметрів.

**Ключові слова:** бетон, кам'яна кладка, деформування.

## DEFORMATION DIAGRAMS OF CONCRETE AND MASONRY

**Yaremenko H.A.**, Ph.D, Assistant Professor,  
*Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*

**Yaremenko N.A.**, Ph.D.  
*Odessa National Maritime University*  
asp\_yarema@ukr.net

**Abstract.** The improvement of the methods of calculation of reinforced concrete structures requires the use of models based on real diagrams of deformation of materials with regard to the nature and duration of action of the load. Currently, analytical descriptions of diagrams of

deformation of concrete and reinforcement for the uniaxial compression (stretching) are developed in sufficient detail.

If the composite is defined as a material formed by mixing two or more dissimilar phases, and possessing characteristics which the original components didn't have, a large number of building materials can be considered as composite ones, for example, such as concrete.

Mechanical properties of concrete have been investigated comprehensively. Brick masonry has the most similar properties with concrete. It is natural to attempt to describe the deformations of concrete and masonry by uniform dependencies.

The method of constructing diagrams that determine short-term and long-term deformation of concrete and masonry with the rapid or gradual increase of compressive stresses, which takes into account the mode of the erection of a construction is proposed. Load-isochrone diagrams are used for a description of concrete deformation under a long-term load. Analytical record charts-isochronous recording is similar to that of short-term concrete deformation diagrams.

Deformation of concrete and masonry is described by uniform dependencies with the respective adjustment of parameters.

The calculated curves are constructed under certain stresses on the deformation-time plane, or in the form of diagrams, isochronous, on the strain-stress plane; they correspond to experimental curves. It allows to recommend dependencies (4), (14) ... (18) for determining the short-term and long-term deformations of concrete and masonry with hard and soft modes of loading.

**Keywords:** concrete, masonry, deformation.

**Цели и задания исследований.** Совершенствование методов расчета железобетонных конструкций требует использования моделей, основанных на реальных диаграммах деформирования материалов с учетом характера и длительности действия нагрузки. В настоящее время достаточно подробно разработаны аналитические описания диаграмм деформирования бетона и арматуры для одноосного сжатия (растяжения).

В Европейских нормах проектирования [1] зависимость для диаграммы сжатия бетона представлена в виде:

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}, \quad (1)$$

где:  $\varepsilon_b / \hat{\varepsilon}_b$  – уровень деформаций,  $k = 1,1E_c \hat{\varepsilon}_b / \hat{\sigma}_b$ ,  $\hat{\varepsilon}_b = 0,0022$ ,  $\hat{\sigma}_b$  – напряжение в вершине диаграммы. Обзор работ, посвященных исследованиям диаграмм деформирования бетона и арматурной стали, приведен в монографии Карпенко Н.И. [2].

За расчетные диаграммы состояния сжатого бетона принимают криволинейную диаграмму с ниспадающей ветвью (рис. 1 а) или более простые диаграммы – трехлинейную и двухлинейную – типа диаграммы Прандтля (рис. 1 б, в).

Аналитическая зависимость для описания криволинейной диаграммы с ниспадающей ветвью принята согласно рекомендациям международных норм.

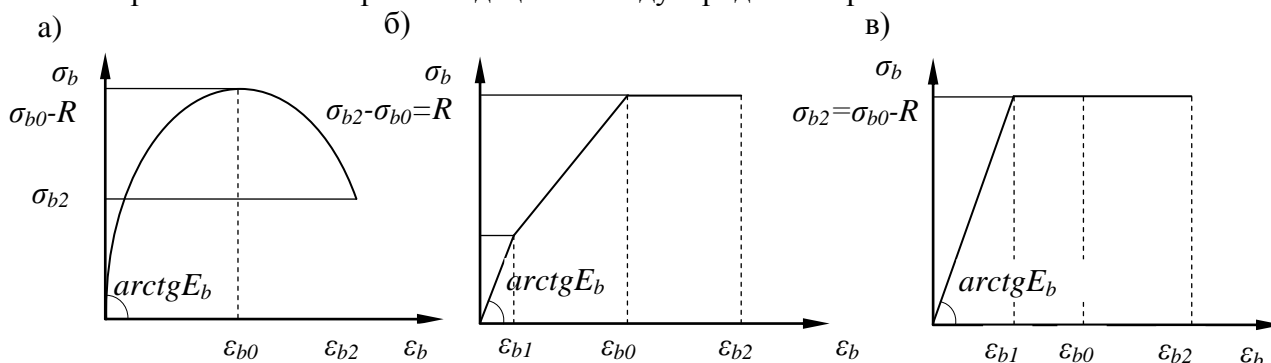


Рис. 1. Диаграммы состояния сжатого бетона:  
а – криволинейная; б – трехлинейная; в – двухлинейная

Деформации ползучести при напряжениях  $\sigma < 0,5 f_u$  обычно прямо пропорциональны величине напряжений. Скорость нарастания этих деформаций зависит от материалов и качества кладки, возраста кладки в момент ее загрузки, размеров сечения кладки и пр. В качестве примера на рис. 2 приведены данные о росте деформаций при постоянном напряжении тяжелого бетона и кирпичной кладки.

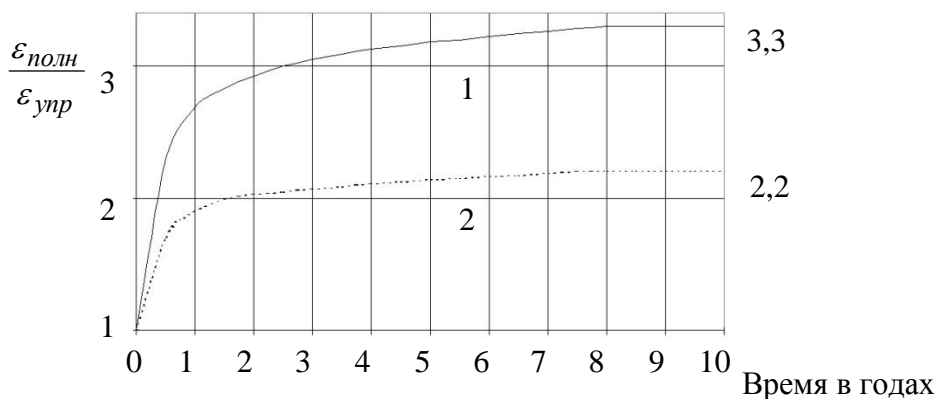


Рис. 2. Отношение полной деформации к упругой в зависимости от длительности приложения нагрузки: 1 – для тяжелого бетона; 2 – для кладки на прочном растворе из глиняного кирпича

Зависимость между напряжениями и деформациями при сжатии от кратковременных нагрузок может быть выражена формулой Л.И. Онищика:

$$\varepsilon = \frac{1}{\alpha f_u} \int_0^{\sigma} \frac{d\sigma}{1 - \left(\frac{\sigma}{\mu f_u}\right)^k}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – относительная деформация сжатия при кратковременной нагрузке  $\sigma$  – напряжение сжатия, при котором вычисляется  $\varepsilon$ ;  $f_u$  – предел прочности кладки;  $\alpha_0$  – упругая характеристика кладки; чем больше  $\alpha_0$ , тем меньше деформации кладки;  $\mu$  и  $k$  – коэффициенты, характеризующие пластичность кладки; чем меньше  $\mu$ , тем больше пластические деформации.

В целях упрощения расчета в нормах проектирования каменных конструкций [3] приняты постоянные значения  $k=1$  и  $\mu=1,1$ .

При этих значениях коэффициентов формула (2) имеет вид:

$$\varepsilon = -\frac{1,1}{\alpha} \ln \left( 1 - \frac{\sigma}{1,1 f_u} \right). \quad (3)$$

Так как зависимость между напряжениями и деформациями криволинейна, модуль деформаций не является величиной постоянной (рис. 3).

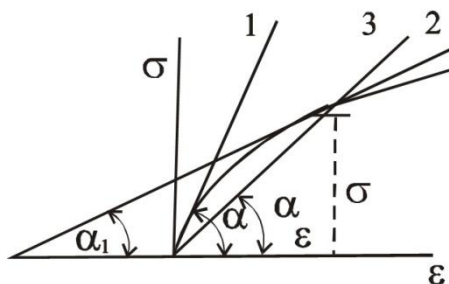


Рис. 3. Модули деформаций: 1 –  $E_0$  – начальный модуль деформаций (модуль упругости) кладки, соответствующий малым напряжениям. Величина  $E_0$  определяется по формуле:  $E_0 = \alpha f_u$ ; 2 – касательный модуль деформации  $E_{tan} = d\sigma/d\varepsilon$ ; 3 – средний (секущий) модуль деформаций  $E = \sigma/\varepsilon$ .

Согласование расчетных и экспериментальных данных как для кладки так и особенно для бетона, имеет место при заметных колебаниях коэффициента  $k$ , что представляет значительные неудобства при использовании формулы (3). Для описания диаграмм деформирования бетона предложено большое количество расчетных формул. Выделим среди них удобную для практического применения зависимость Я.В. Столярова, развитую в дальнейшем Н.И. Карпенко [4], для бетонов и арматуры различных классов. Эффективность её применения для расчета несущей способности и деформативности железобетонных стержневых элементов при сложном нагруженном состоянии подтверждена во многих публикациях.

Кратковременное нагружение [4]. При центральном сжатии диаграмма деформирования бетона может быть представлена в виде:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b \nu_b} \quad (4)$$

где  $\varepsilon_b, \sigma_b, E_b$  – относительные деформации, напряжения и начальный модуль упругости бетона;  $\nu_b$  – коэффициент изменения секущего модуля ( $E_b \nu_b$  секущий модуль);

$$\nu_b = \hat{\nu}_b \pm (\nu_0 - \hat{\nu}_b) \sqrt{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2}, \quad (5)$$

здесь  $\hat{\nu}_b$  значение коэффициента изменения секущего модуля в вершине диаграммы;  $\nu_0$  – значение коэффициента  $\nu_b$  в начале диаграммы;  $\eta$  – уровень напряжений;  $\omega_1, \omega_2$  – параметры кривизны диаграммы:

$$\hat{\nu}_b = \hat{\sigma}_b / (\hat{\varepsilon}_b E_b); \quad \hat{\sigma}_b = -f_{cd}; \quad \eta = \sigma_b / \hat{\sigma}_b; \quad \omega_2 = 1 - \omega_1 \quad (6)$$

$\hat{\sigma}_b, \hat{\varepsilon}_b$  – соответственно напряжение и деформация в вершине диаграммы. Для восходящей ветви диаграммы ( $|\varepsilon_b| \leq |\hat{\varepsilon}_b|$ )

$$\nu_0 = 1; \quad \omega = 2 - 2,5\hat{\nu}_b; \quad (7)$$

для нисходящей ветви диаграммы ( $|\varepsilon_b| > |\hat{\varepsilon}_b|$ )

$$\nu_0 = 2,05\hat{\nu}_b; \quad \omega_1 = 1,95\hat{\nu}_b - 0,138; \quad (8)$$

Для тяжелого и мелкозернистого бетона деформация в вершине диаграммы:

$$\hat{\varepsilon}_b = - \frac{(18 + f_{cd})(62 f_{cd} + 0,675 f_{cd}^2 + 22)}{(53000 - 62 f_{cd})(7 f_{cd} + f_{cd}^2 + 22)}; \quad (9)$$

где константы 18, 22, 53000 принимаются в МПа.

Значение коэффициента  $\nu_b$ , можно определить через уровень деформаций  $\eta_d = \varepsilon_b / \hat{\varepsilon}_b$ :

$$\nu_b = p + \sqrt{p^2 + s}, \quad (10)$$

$$\text{где } p = \frac{\hat{\nu}_b \left[ 2\hat{\nu}_b^2 - \omega_1 \eta_d (\nu_0 - \hat{\nu}_b)^2 \right]}{2 \left[ \hat{\nu}_b^2 + \omega_2 \eta_d (\nu_0 - \hat{\nu}_b)^2 \right]}, \quad s = \frac{\hat{\nu}_b^2 (\nu_0^2 - 2\hat{\nu}_b)}{\hat{\nu}_b^2 + \omega_2 \eta_d^2 (\nu_0 - \hat{\nu}_b)^2} \quad (11)$$

Для построения диаграмм деформирования бетона при центральном растяжении применяются зависимости (3) - (7) и (9), (10), в которых индекс  $b$  необходимо заменить индексом  $bt$ , обозначающим растяжение и ввести новые значения параметров:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{bt} &= f_{cd}; \quad \hat{\nu}_{bt} = 0,6 + 0,15 f_{cd} / 25; \\ \hat{\varepsilon}_{bt} &= \hat{\sigma}_{bt} / (E_{bt}) \end{aligned} \quad (12)$$

Зависимость (3) позволяет достаточно просто описывать диаграммы деформирования сжатого и растянутого бетона. Деформация, при которой происходит трещинообразование бетона, может быть вычислена с помощью зависимости:

$$\varepsilon_{b,np} = f_{np} / (E_b \nu_{b,np}), \quad \hat{\nu}_{bt} - (\nu_0 - \hat{\nu}_{bt}) \sqrt{1 - 0,85\omega_1 - 0,85^2\omega_2}. \quad (13)$$

При достижении осевыми деформациями значения  $\varepsilon_{bt,np}$  происходит выключение бетона из работы и принимается  $\nu_b = 0$ .

Длительное нагружение. Для описания деформирования бетона при длительном действии нагрузки используются диаграммы-изохроны. Аналитическая запись диаграмм - изохрон подобна аналогичной записи диаграмм кратковременного деформирования бетона. Зависимость между деформациями и напряжениями для любого момента времени  $t$  может быть представлена следующим образом:

$$\varepsilon_b(t) = \sigma_b(t) / (E_b(t) \nu_b(t)) \quad (14)$$

где  $\nu_b(t)$  – функция, которая учитывает не упругость и особенности длительного деформирования бетона.

При произвольном режиме изменения напряжении, в случае  $E_b(t) = const$

$$\nu_b(t) = \frac{\nu_b}{1 + \nu_b A(t, t_0)}, \quad A(t, t_0) = \int_{t_0}^t \frac{\sigma_b(\tau)}{\sigma_b(t)} f_0[\eta(\tau)] \frac{\partial \varphi(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (15)$$

где  $\nu_b$  – коэффициент изменения секущего модуля упругости бетона при действии напряжений  $\sigma(t_0)$ ;  $t_0$  – возраст бетона в момент нагружения, сут.;  $t-t_0$  – длительность действия нагрузки;  $\eta(\tau) = \sigma(\tau) / f$  – уровень напряжений;  $\varphi(t, \tau)$ ,  $f[\eta(\tau)]$  – характеристика ползучести бетона и функция, учитывающая нелинейность деформаций ползучести соответственно:

$$\varphi(t, \tau) = \varphi \Omega(\tau) \left[ 1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)} \right]; \quad \Omega(t) = 0,5 + de^{-2\gamma_1 t}; \quad (16)$$

$$f_c[\eta(\tau)] = 1 + \nu_c \eta^4(t). \quad (17)$$

При длительном действии постоянной нагрузки, если напряжения во времени не меняются, либо их изменением можно пренебречь, для восходящей ветки диаграммы-изохроны

$$A(t, t_0) = f_c[\eta(t)] \varphi(t, t_0); \quad (18)$$

для нисходящей ветки

$$A(t, t_0) = f_c[\gamma(t)] \varphi(t, t_0) / \eta^*(t), \quad \eta^*(t) = \eta(t) / \gamma_{b2}(t) \leq 1, \\ \gamma_{b2}(t) = \gamma_{b2} / \left( 1 - (1 - \gamma_{b2}) e^{-4\gamma(t-t_0)} \right) \quad (19)$$

где  $\gamma_{b2}$  – коэффициент, принимаемый по таблице.

**Объекты и методы исследований.** На рис. 4. с экспериментальными данными В.А. Камейко (кладка из силикатного кирпича) и Н.П. Эделева (кладка из известняка – ракушечника), сопоставлены расчетные кривые, построенные согласно рекомендаций Н.И. Карпенко и Л.И. Онищика. Опытные образцы размером 51,5x52x120 см. Кирпич силикатный, прочностью  $f_l = 11,8$  МПа; раствор сложный, состава 1:0,15:4 (ц:и:п) прочностью  $f_2 = 6,5$  МПа. Прочность кладки (рис. 4а)  $f_u = 6$  МПа;  $\alpha = 1012$ ;  $E_0 = 6072$  МПа;  $\hat{\varepsilon} = 2,66 \cdot 10^{-3}$ . Прочность кладки из желтого известняка – ракушечника (рис. 4б) определялась испытанием на сжатие столбов сечения 40x80x100 см (5 рядов кладки из камней размером 20x19 и 5x40 см). Раствор сложный состава 1:1:9, прочность кладки  $f_u = 0,81$  МПа,  $\alpha = 3220$ ,  $E_0 = 2610$  МПа,  $\hat{\varepsilon} = 0,826 \cdot 10^{-3}$ .

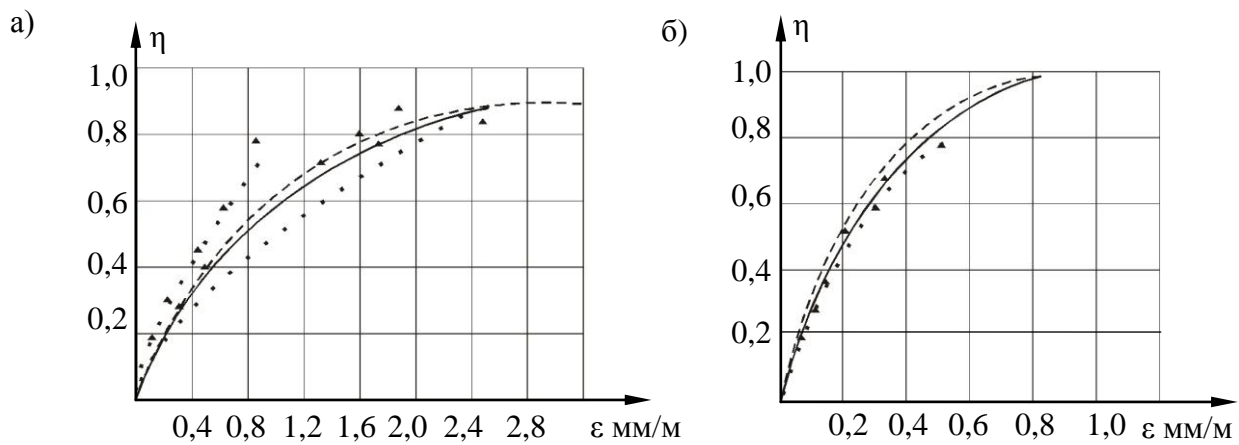


Рис. 4. Графики продольных деформаций сжатой кладки:  $\blacktriangle$   $\bullet$  – экспериментальные данные; расчетные данные: – согласно (4); - - - согласно (5); а – силикатный кирпич; б – известняк-ракушечник

Исследования С.В. Полякова показали, что деформации ползучести происходят, в основном, в швах кладки и определяются ползучестью раствора. По предложению Л.И. Онищика предельная характеристика ползучести:

$$\varphi = \frac{\varphi_2 n}{13} + \varphi_1, \quad (20)$$

где:  $n$  – количество швов на 1 м высоты кладки (для кирпичной кладки  $n = 13$ ),  $\varphi_2$  – характеристика ползучести раствора (для серии Н<sub>Н</sub>  $\varphi_2 = 0,82$ ). С учетом доли высоты кирпича в высоте кладки характеристика ползучести кирпича  $\varphi_1$

$$\varphi_1 = 2\alpha\varepsilon_{ПК}, \quad (21)$$

где  $\varepsilon_{ПК} = 0,04$  мм/м – для глиняного кирпича;  $\varepsilon_{ПК} = 0,3$  мм/м – для силикатного кирпича.

Таким образом,

$$\varphi = 0,82 \cdot 13/13 + 2 \cdot 500 \cdot 0,04 \cdot 10^{-3} = 0,86,$$

$$\varphi(t, t_0) = 0,86(1 - 0,8e^{-0,004t}).$$

С учетом того, что ползучесть кладки линейна до уровня  $\eta \approx 0,8$ , а пластические деформации при обработке экспериментальных данных отнесены к деформациям ползучести, полные деформации образцов серии Н<sub>Н</sub> определяются формулой

$$\varepsilon(t) = \frac{\eta(t)}{\alpha} [1 + A(t, t_0)]. \quad (22)$$

Для жесткого режима нагружения

$$A(t, t_0) = \varphi(t, t_0). \quad (23)$$

Для постепенного нагружения

$$A(t, t_0) = \varphi B \left[ 1 - e^{-\gamma_1 t_1} - \frac{\gamma_1}{\beta + \gamma_1} \left( 1 - e^{-(\beta + \gamma_1)t_1} \right) \right]. \quad (24)$$

Отметим, что расчетная деформативность образцов, нагруженных по жесткому режиму – наибольшая.

На рис. 5. с экспериментальными данными С.В. Полякова сопоставлены деформации кирпичной кладки, нагруженной по жесткому режиму, либо постепенно.

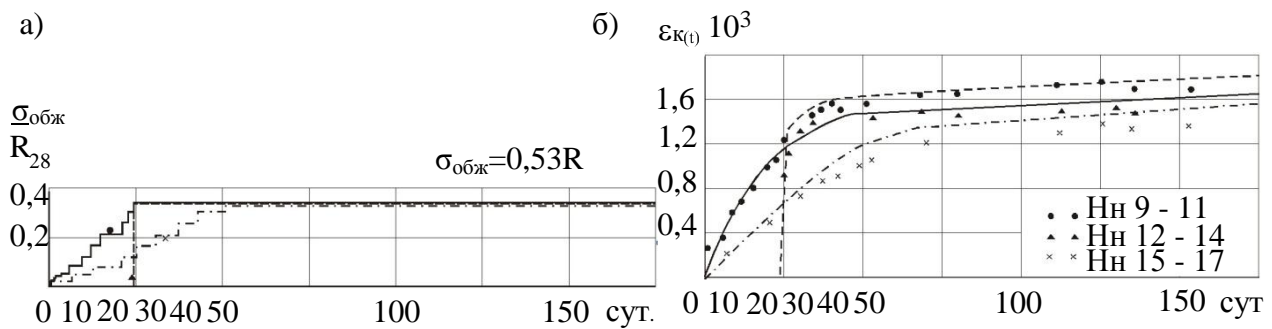


Рис. 5. Графики изменения во времени а – напряжений; б – полных деформаций сжатой кирпичной кладки образцов серии НН: ▲ ● × – опыт; - - расчет по формулам (22), (23), (24)

Образцы этой серии размером 25x12x40 см. Кирпич глиняный, пластического прессования, прочностью  $f_l = 18,74$  МПа. Раствор сложный состава 1:0,7:7, прочность  $f_2 = 1,9$  МПа. Прочность кладки  $f_u = 5,04$  Мпа,  $\alpha = 500$ ;  $E_0 = 2500$  МПа. Загружение образцов НН 12 – 14 выполняли в возрасте  $t_0 = 28$  сут. в течении 40 мин. Загружение образцов НН 9 – 11 и НН 15 – 17 выполняли постепенно, в течении 29 сут. и 58 сут. соответственно (параметры режима загрузки:  $D = 1$ ;  $\beta = 0,02$  и  $\beta = 0,01$ ). Возраст кладки к началу загрузки  $t_0 = 1$  сут. Длительные сжимающие напряжения уровня  $\eta = 0,53$ ,  $\sigma = 2,67$  Мпа,  $\gamma_1 = 0,004 \text{ сут}^{-1}$ .

Из рис. 4 – рис. 5 видно, что расчетные кривые согласуются с экспериментальными данными.

**Результаты исследований.** Расчетные кривые построены при определенных напряжениях на плоскости деформация-время, либо в виде диаграмм-изохрон, на плоскости деформация-напряжение; они отвечают опытным кривым. Это позволяет рекомендовать зависимости (4), (14)...(18) для определения кратковременных и длительных деформаций бетона и кирпичной кладки при жестком и мягком режимах загрузки.

**Выводы.** Предложена методика построения диаграмм, определяющих кратковременное и длительное деформирование бетона и каменной кладки при быстром или постепенном возрастании сжимающих напряжений, учитывающем режим возведения сооружения. Деформация бетона и кладки описаны едиными зависимостями с соответственной корректировкой параметров.

## Литература

1. Кодекс-образец ЕКБ-ФИП. Для норм по железобетонным конструкциям. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1984. – т.2. – 284 с.
2. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона / Н.И. Карпенко – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
3. ДБН В.2.6-162:2010. Каменные и армокаменные конструкции. Основные положения. – К. 2010.
4. Карпенко Н.И. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1986. – С. 7 - 25.