

Для решения поставленной задачи использовались следующие соотношения. Равенство, вытекающее из принципа виртуальной работы, которое не зависит от связи между напряжениями и деформациями

$$\int_{\Omega} [\delta \varepsilon]^T \sigma d\Omega + \int_{\Omega} [\delta u]^T (\rho \ddot{u} + c \dot{u} - P) d\Omega - \int_{\Gamma_1} [\delta u]^T q d\Gamma = 0. \quad (1)$$

Здесь: $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ – граница системы; δu , $\delta \varepsilon$ – векторы виртуальных перемещений и деформаций; σ – вектор внутренних напряжений; ρ – плотность материала; c – вектор параметров затухания; P – объемная нагрузка, q – импульсная поверхностная нагрузка.

Связь между приращениями перемещений и деформациями определялась из геометрических соотношений Коши

$$d\varepsilon_{ks} = \frac{1}{2} (du_{k,s} + du_{s,k}). \quad (2)$$

Уравнения состояния принимались в виде равенства

$$d\varepsilon_{ks} = C_{ksmn}^{(e)} d\sigma_{nm} + d\lambda f_{,\sigma_{ks}}, \quad (3)$$

где $d\lambda = const > 0$; $f_{,\sigma_{ks}}$ – производная от функции нагружения по σ_{ks} ;

$C_{ksmn}^{(e)}$ – модули упругости.

Применялась теория кинематического упрочнения [3]. При численном решении упругопластических динамических задач приходится реализовывать два основных этапа: во-первых, производить дискретизацию исходных уравнений, как по времени, так и по области, занимаемой системой; во-вторых, строить пошаговый процесс для определения искомого результата на заданном отрезке времени от 0 до T. Для первой дискретизации заданный временной отрезок делится на N временных интервалов длиной Δt и в каждые дискретные моменты времени t_n строятся исходные уравнения. Для второй дискретизации внутренняя область системы разбивается на конечные, а по бесконечной границе массива на бесконечные изопараметрические элементы. Если массив ограничить конечной областью, как это часто делается при решении статических задач, то отраженные от ее границы волны могут исказить результаты решения.

Дискретизация основных уравнений по области системы выполнена методом конечных элементов. В результате преобразований была получена система нелинейных алгебраических уравнений, которую можно записать для момента времени t в виде следующего матричного уравнения

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + K(d) = Q, \quad (4)$$

здесь: M – матрица масс, C – матрица демпфирования системы, $K(d)$ – матрица жесткости, зависящая от вектора узловых перемещений, Q – импульсная нагрузка, \ddot{d}, \dot{d}, d – соответственно вектора узловых ускорений скоростей и перемещений.

Уравнение равновесия (4) выполняется только в дискретных точках t_k заданного отрезка времени, но изменение перемещений, скоростей и ускорений на временном интервале Δt влияют на точность и устойчивость решений в момент времени $t_k + \Delta t$. Для решения поставленной задачи использовался метод прямого интегрирования, реализованный по модифицированной схеме Ньюмарка. Модификация классического метода Ньюмарка [4] была вызвана нелинейностью исходных уравнений. Этот неявный метод является, безусловно, устойчивым, что существенно сокращает время счета и повышает его надежность.

Для численной реализации предложенной методики использовался программный комплекс, разработанный в системе Delphi, в котором выполняются решения упруговязкопластических динамических задач по явной, неявной и комбинированной схемам интегрирования. Динамическое воздействие может быть импульсным, гармоническим, температурным или в виде заданного во времени ускорения. Исходный файл создается в диалоговом режиме. Результаты расчета выводятся в файл в виде таблиц или на экран дисплея в виде различных эпюр перемещений, напряжений и пластических зон на заданном отрезке времени. Указанная информация в табличной или графической формах может быть выведена и на печатающее устройство.

Рассмотрим применение указанной выше методики к конкретным числовым примерам. Пусть высота котлована 10,75 м, глубина забивки шпунта от дна котлована 6 м. Стенка железобетонная с характеристиками для бетона $E_c = 30000$ МПа; $\mu = 0,3$; $\sigma_p = 1,5$ МПа; $\sigma_c = 15$ МПа. Для грунтового массива $E_o = 30$ МПа; $\mu = 0,3$; $c = 0,02$ МПа; $\varphi = 21^\circ$. Время действия нагрузки составляет 0,001 сек, временной интервал $\Delta t = 0,02$ сек, количество временных шагов было равно 2020. Использовался неявный метод интегрирования. Пусть действует импульсная распределенная нагрузка $q_1 = 0,12$ МПа.

На рис. 2 и 3 изображены эпюры вертикальных и горизонтальных перемещений точки А (в метрах см. рис. 1) на отрезке времени от 0 до 20,4 сек. Максимальные вертикальные перемещения возникают при $t = 2$ сек. Затем они начинают постепенно затухать. Горизонтальные максимальные перемещения наблюдались при $t = 8,3$ сек. и достигали 1,256 см. Колебания как горизонтальные, так и вертикальные происхо-

дили не около временной оси, а около параллельно смещенных линий. Максимальные вертикальные колебания дна котлована происходили около шпунта и достигали 1,35 см. Следовательно, при выполнении работ на этом участке котлована эти обстоятельства должны быть учтены.

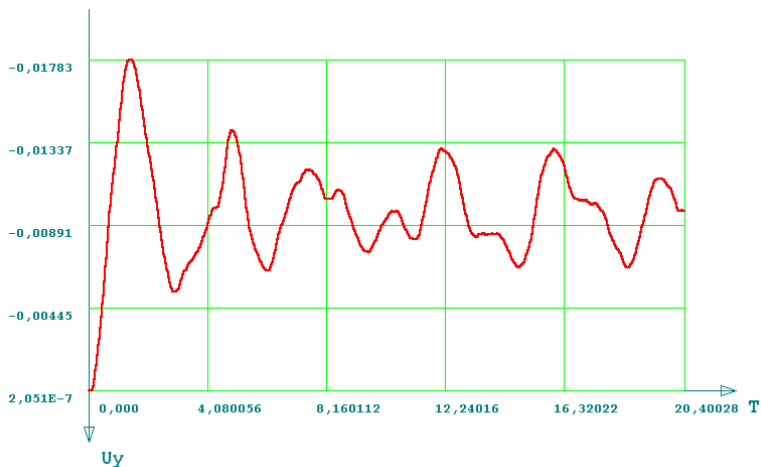


Рис. 2. Эпюра вертикальных перемещений точки А от импульсной распределенной нагрузки $q_1 = 0,12$ МПа.

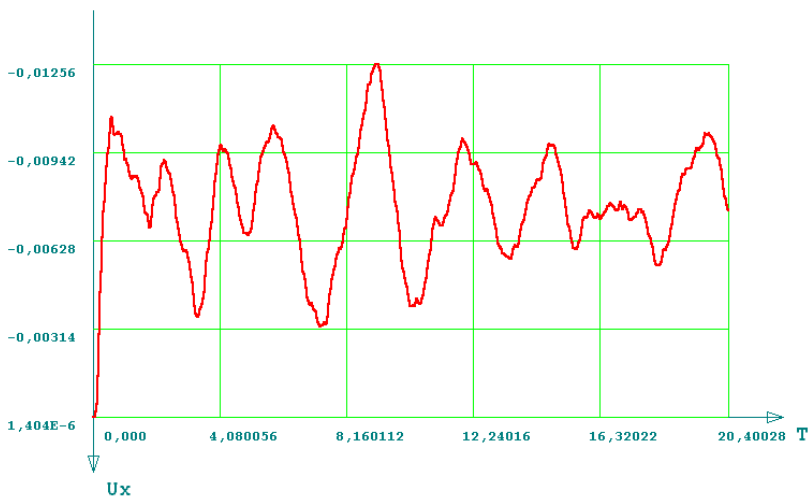


Рис. 3. Эпюра горизонтальных перемещений точки А от импульсной распределенной нагрузки $q_1 = 0,12$ МПа

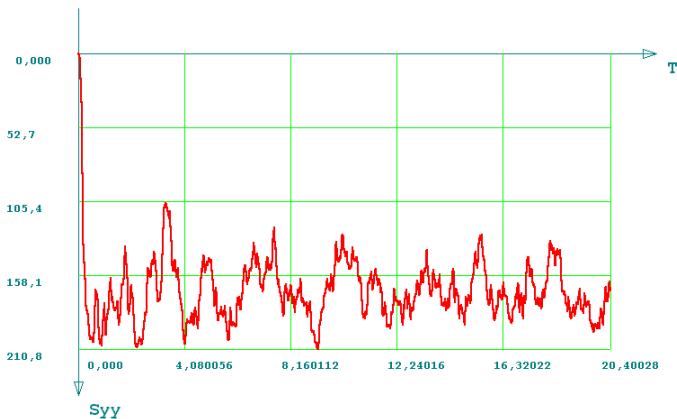


Рис. 4. Эпюра напряжений σ_{22} точки А от импульсной распределенной нагрузки $q_1 = 0,12$ МПа. (в т/м²)

На рис. 2 и 3 изображены эпюры вертикальных и горизонтальных перемещений точки А (в метрах см. рис. 1) на отрезке времени от 0 до 20,4 сек. Максимальные вертикальные перемещения возникают при $t = 2$ сек. Затем они начинают постепенно затухать. Горизонтальные максимальные перемещения наблюдались при $t = 8,3$ сек. и достигали 1,256 см. Колебания как горизонтальные, так и вертикальные происходили не около временной оси, а около параллельно смещенных линий. Максимальные вертикальные колебания дна котлована происходили около шпунта и достигали 1,35 см. Следовательно, при выполнении работ на этом участке котлована эти обстоятельства должны быть учтены.

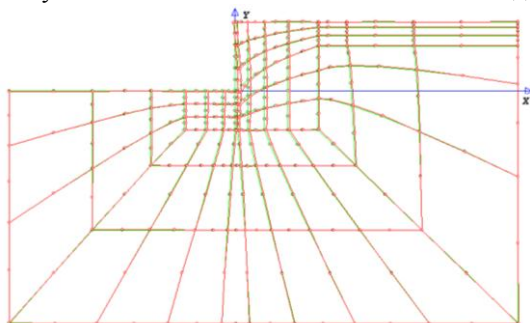


Рис. 5. Общая схема деформирования всей системы от сосредоточенной динамической нагрузки $Q_2 = 40$ т. в момент времени $t=1,8$ сек.

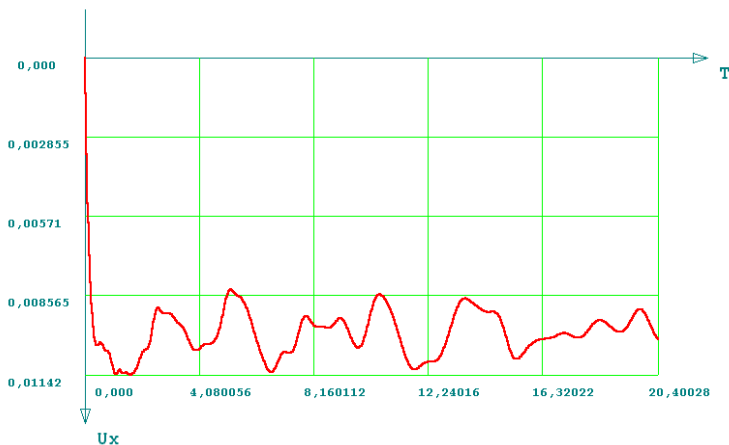


Рис. 6. Эпюра горизонтальных перемещений точки А от сосредоточенной динамической нагрузки $Q_2 = 40$ т. на отрезке времени от 0 до 20,4 сек.

На рис. 4 показана эпюра напряжений σ_{22} (в т/м^2) в той же точке на том же отрезке времени. Максимальные напряжения возникали сразу же после удара, а затем постепенно затухали. Примерно в средней части стенки со стороны котлована возникла пластическая зона, которая со временем исчезала, т. е. происходил процесс разгрузки.

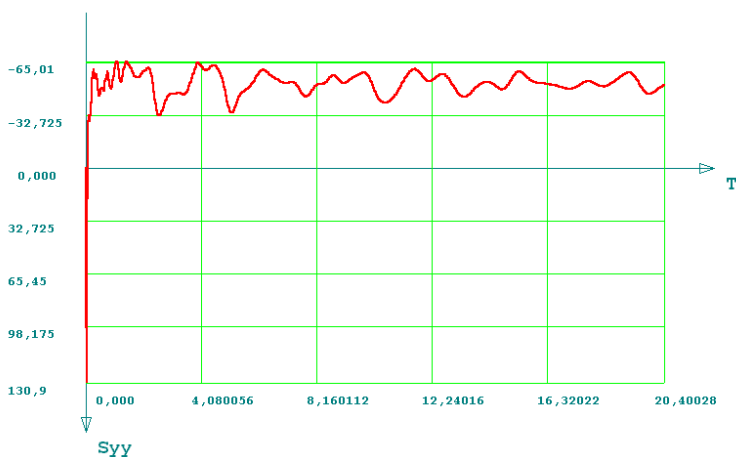


Рис. 7. Эпюра напряжений σ_{22} в точке А от сосредоточенной динамической нагрузки $Q_2 = 40$ т.

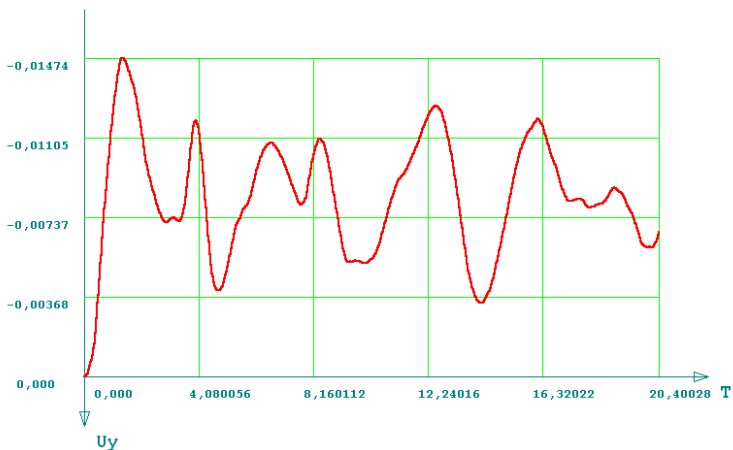


Рис. 8. Эпюра вертикальных перемещений точки А на временном отрезке от 0 до 20,4 сек. от распределенной динамической нагрузки Q_3

Рассматривался случай, когда непосредственно к шпунту прикладывалась сосредоточенная динамическая нагрузка $Q_2 = 40$ т. На рис. 5 показана общая схема деформирования всей системы в момент времени $t = 1,8$ сек. На рис. 6 изображена эпюра горизонтальных перемещений на отрезке времени от 0 до 20,4 сек. Максимальные перемещения равные 1,142 см. наблюдались сразу же после удара, затем происходило их постепенное затухание. На рис. 7 показана эпюра напряжений σ_{22} в точке А шпунта. Они достигали 1,3 МПа. Максимальные перемещения на дне котлована и за его пределами возникали около шпунта и достигали 0,543 см., т. е. особой опасности не представляли.

Далее рассматривался случай, когда на дне котлована прикладывалась распределенная динамическая нагрузка Q_3 интенсивностью 0,15 МПа. На рис. 8 показана эпюра вертикальных перемещений точки А на временном отрезке от 0 до 20,4 сек. Максимальные перемещения были равны $-1,474$ см. в момент времени $t = 1,6$ сек. На дне котлована вертикальные перемещения достигали $-1,23$ см., а вне котлована $-0,9$ см. Если около котлована имеются сооружения, то возникающие колебательные процессы должны быть учтены.

На рис. 9 изображена эпюра напряжений σ_{22} в точке А шпунта. Как видно из рисунка, эти напряжения не вызывают опасных последствий.

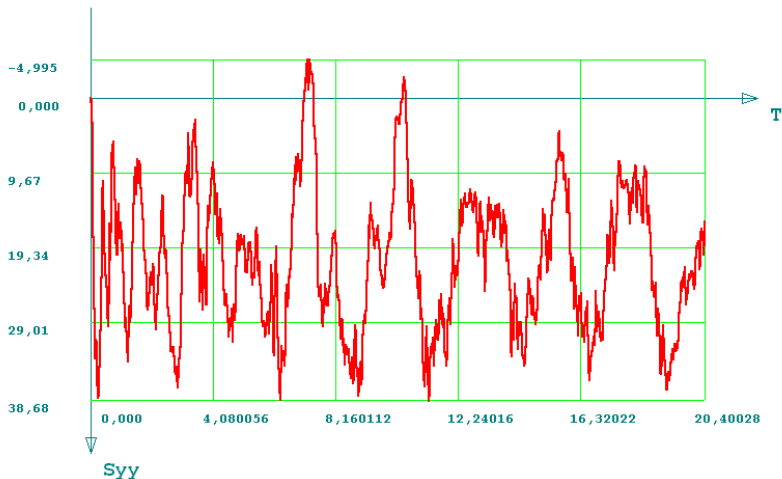


Рис. 9. Эпюра напряжений σ_{22} в точке А от распределенной динамической нагрузки Q_3

Заклучение

Из приведенных результатов следует, что наиболее опасным для стенки является первый случай нагружения, поэтому при проектировании устройств, ограждающих котлован, необходимо учитывать возможность возникновения динамических нагрузок.

Summary

The tense-deformed state of sheet piling wall of foundation pit, caused wave processes, what be going on from the action of the dynamic loadings, is probed. Resiliently-plastic properties of materials of the system are taken into account.

1. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.
2. Зарецкий Ю.К. Вязкопластичность грунтов и расчеты сооружений. – М.: Стройиздат, 1988. – 350 с.
3. Ивлев Д.Д., Быковцев Г.И. Теория упрочняющегося пластического тела. – М.: Наука, 1971. – 231 с.
4. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.