УДК 620.193.4:624.012.45

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ МНОГОПРОЛЕТНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РАМ С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА

Фомин В.М.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса

Будем исследовать движение многопролетной железобетонной рамы под действием системы сосредоточенных переменных сил. При этом предполагается, что масса рамы сосредоточена в системе материальных точек (сосредоточенных масс), а переменные силы - горизонтальные $\boldsymbol{F}_k(t)$ и вертикальные $\boldsymbol{P}_k(t)$ (k = 1,2,…,n+1, n — число пролетов) приложены к этим точкам (рис. 1). Подобная задача рассматривалась в [1], однако там предполагалось, что частоты вынуждающих сил гораздо меньше частоты собственных колебаний конструкции. В настоящей работе это ограничение снято и поэтому необходимо учитывать динамическое поведение конструкции. При определении приращений перемещений точек используется метод линейного ускорения с модификацией Вильсона [2].

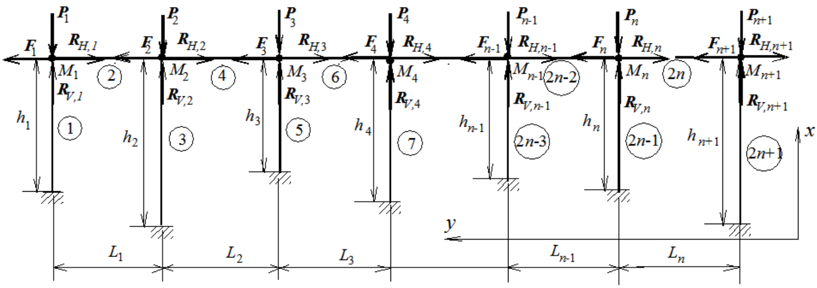

Рис. 1

Как и в [1] в настоящей работе будем пренебрегать продольными деформациями стержней и смещениями точек стержней вдоль их первоначальных осей, вызванными искривлением этих осей. Тогда материальные точки будут двигаться синхронно по горизонтали как одна материальная точка (обозначим ее символом M_0) с суммарной массой $M = \sum_{k=1}^{n+1} m_k$. Составляя основное уравнение динамики для этой точки, получаем

$$M\hat{\Delta}\mathbf{a} = \hat{\Delta}\mathbf{F} + \hat{\Delta}\mathbf{P} + \hat{\Delta}\mathbf{R}_H + \hat{\Delta}\mathbf{R}_V \,. \tag{1}$$

Здесь

$$M = \sum_{k=1}^{n+1} m_k, \hat{\Delta}\mathbf{F} = \sum_{k=1}^{n+1} \hat{\Delta}\mathbf{F}_k, \hat{\Delta}\mathbf{P} = \sum_{k=1}^{n+1} \hat{\Delta}\mathbf{P}_k, \hat{\Delta}\mathbf{R}_H = \sum_{k=1}^{n+1} \hat{\Delta}\mathbf{R}_{H,k}, \hat{\Delta}\mathbf{R}_V = \sum_{k=1}^{n+1} \hat{\Delta}\mathbf{R}_{V,k} \,.$$

Проектируя (1) на ось y глобальной системы координат, получим

$$M\hat{\Delta}a = \hat{\Delta}F + \hat{\Delta}R_H \,. \tag{2}$$

На основании метода линейных ускорений [2] имеем

$$\hat{\Delta}a = \frac{6}{(\hat{\Delta}t)^2}[\hat{\Delta}v - V\hat{\Delta}t - \frac{1}{2}a(\hat{\Delta}t)^2] \,. \tag{3}$$

Здесь $\hat{\Delta}t$ - приращение времени, причем в соответствии с методом Вильсона $\hat{\Delta}t = \theta\Delta t$ ($\theta > 1$ — скалярный множитель, Δt — временной шаг), $\hat{\Delta}v$ — приращение перемещения точки M_0, V и a — скорость и ускорение ее, определенные на предыдущем шаге. Заметим, что приращения $\hat{\Delta}v, \hat{\Delta}a, \hat{\Delta}F$ и $\hat{\Delta}R_H$ соответствуют промежутку времени $\hat{\Delta}t$.

Найдем зависимость между приращением суммарной горизонтальной реакцией колонн $\hat{\Delta}R_H$ и приращением смещения $\hat{\Delta}v$ точки M_0. Для этого используя алгоритм, изложенный в [1], определяем приращение Y перемещения точки M_0, вызванное единичным квазистатическим приращением горизонтальной силы (квазистатическим приращением будем называть такое изменение силы, которое порождает квазистатическое перемещение рамы). Очевидно, для произвольного квазистатического приращения $\hat{\Delta}F_{stat}$ суммарной горизонтальной силы будем иметь

$$\hat{\Delta}v = Y\,\hat{\Delta}F_{stat} \tag{4}$$

а, следовательно,

$$\hat{\Delta}v = -Y\,\hat{\Delta}R_H \,. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (3), а затем (3) в (2), получаем

$$\hat{\Delta}R = -[1 + \frac{6}{(\hat{\Delta}t)^2} MY]^{-1}\{\frac{6}{(\hat{\Delta}t)^2} M[V\hat{\Delta}t + a\frac{(\hat{\Delta}t)^2}{2}] + \hat{\Delta}F\}. \quad (6)$$

Определив из (6) $\hat{\Delta}R$, находим из (5) и (3) $\hat{\Delta}v$ и $\hat{\Delta}a$, а затем из формул

$$\Delta a = \frac{1}{\theta}\hat{\Delta}a,\ \Delta V = (a + \frac{1}{2}\Delta a)\Delta t,\ \Delta v = V\Delta t + \frac{1}{2}(a + \frac{1}{3}\Delta a)(\Delta t)^2 \quad (7)$$

определяем приращения ускорений, скоростей и перемещений материальных точек, соответствующие промежутку времени Δt. Завершается шаг вычислением новых значений ускорений, скоростей и перемещений:

$$a_{нов} = a + \Delta a, V_{нов} = V + \Delta V, v_{нов} = v + \Delta v\ . \quad (8)$$

Пример. Исследуем движение трехпролетной железобетонной рамы (рис. 2), вызванное импульсным воздействием. Геометрические параметры, марка бетона и армирование такие же как и в примере в статье [1].

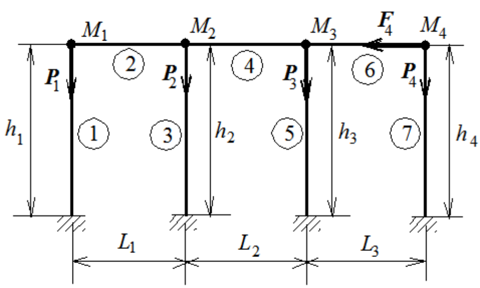

Рис. 2

Нагружение колонны происходит в два этапа. На первом (предварительном) этапе происходит постепенное увеличение массы грузов (т.е. постепенное увеличение сил тяжести) от нуля до заданного значения. Это приводит к появлению продольных сил, которые в дальнейшем остаются неизменными.

Затем при $t = 0$ начинается второй этап: на сосредоточенную массу M_4 воздействует импульс, график которого представлен на рис.3 (F_4 в *кН, t* в *сек*). После окончания действия импульса, продолжительность которого равна 2 *с,* рама с грузами совершает свободные колебания.

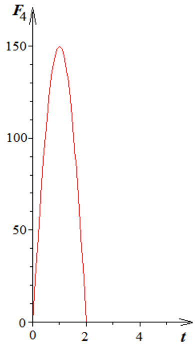

Рис. 3

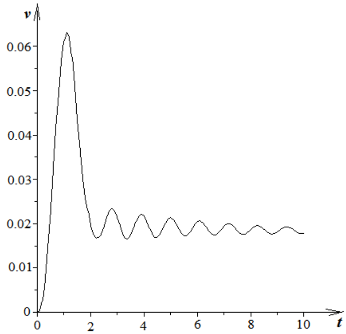

Рис. 4

Перемещения грузов будем находить при помощи пошагового метода линейных ускорений, определяя при этом реакции колонн по отношению к грузам методом граничных элементов. График движения грузов представлен на рис. 4.

Заметно затухание колебаний. Также заметно появление остаточных деформаций, в результате чего при затухании колебаний оси колонн не стремятся к своей первоначальной прямолинейной форме, а остаются изогнутыми.

Вывод

Предлагается алгоритм, позволяющий применить метод граничных элементов при расчете динамики многопролетной железобетонной рамы с учетом физической и геометрической нелинейностей и пластичности бетона.

Summary

An algorythm is proposed enabling one to apply boundary elements method in RC multispan frame dynamic design with taking into account physical and geometrical nonlinearity and concrete plasticity.

Литература

1. Фомин В.М. Нелинейные квазистатические задачи для многопролетных железобетонных рам с учетом пластичности бетона // Вiсник ОДАБА. Вып.55, 2014. – Одесса, . – С. 273-281.

2. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. ─ М.: Стройиздат, 1979. ─ 319 с.