

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ С УЧЕТОМ ДЛИТЕЛЬНОГО ДЕЙСТВИЯ НАГРУЗКИ

Дорофеев В.С., Карпюк В.М., Неутов С.Ф., Макарук В.П., Ярошевич Н.Н., Неутов А.С., Попов Д.В., Коваль А.В. (*Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса, Украина*)

Приводятся основные положения деформационной модели прогноза напряженно-деформированного состояния железобетонных балок при поперечном изгибе при длительном действии нагрузки с использованием реальных диаграмм состояния бетона и арматуры.

Постановка проблемы. В настоящее время на Украине расчет железобетонных элементов по I и II группам предельных состояний ведется раздельно, что противоречит истинному характеру их работы. Поэтому существует реальная необходимость поднять на качественно новый уровень методику их расчета.

Существующие методы расчета железобетонных элементов при действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил можно разделить на две основные группы: методы, основанные на рассмотрении напряженно-деформированного состояния сечения [1,2,3,4] и методы, не использующие деформационные зависимости. К первой группе, обычно, относят методы расчета элементов по нормальным сечениям, содержащиеся в нормах проектирования большинства развитых стран, в том числе в нормах ЕКБ-ФИП, Еврокоде-2. Эти методы основаны на расчетных моделях, построенных на единых принципах, главными из которых являются гипотеза плоских сечений и диаграммы деформирования материалов. Такой подход позволяет с единых позиций вести расчет по прочности, образованию и раскрытию трещин, а так же по деформациям. Характерными представителями второй группы являются методы расчета действующих на Украине норм [5]. Они согласуются с экспериментами, но не имеют общей основы в расчетах по различным видам предельных состояний. Эти нормы насыщены многочисленными эмпирическими соотношениями, в результате чего они во многом потеряли ясный физический смысл..

В России с 2004 года в замен устаревших норм [5] ввели в действие два свода правил по проектированию и строительству железобетонных конструкций без предварительного напряжения [6] и с предварительным напряжением арматуры [7].

Актуальность работы подтверждается тем, что в настоящее время в НИИСКе Минрегионстроя Украины с участием ведущих ВУЗов завершается подготовка новых государственных строительных норм Украины «Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. ДБН В. 2.6...200...», в основу которых положен деформационный метод расчета обычных и преднапряженных железобетонных конструкций.

Задачи исследований. Целью данной работы является апробация удобного для практического использования варианта слоистой деформационной модели напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов, испытывающих поперечный изгиб с учетом длительного действия нагрузки. Пользуясь рекомендациями[8,9] принимаем деформационную модель балки в дискретном виде: делим её на i участков (например, кратно шагу поперечной арматуры) по длине и j слоёв (например, по 1 см.) по высоте сечений. Предполагаем, что на образовавшихся таким образом участках напряжено-деформированное состояние одинаково.

Арматуру растянутой и сжатой зон балки “привязываем” к граням сечения на уровне их центров тяжести с величинами защитных слоёв a и a' (рис. 1). В основу моделирования напряжено-деформированного состояния балки, испытывающей поперечный изгиб

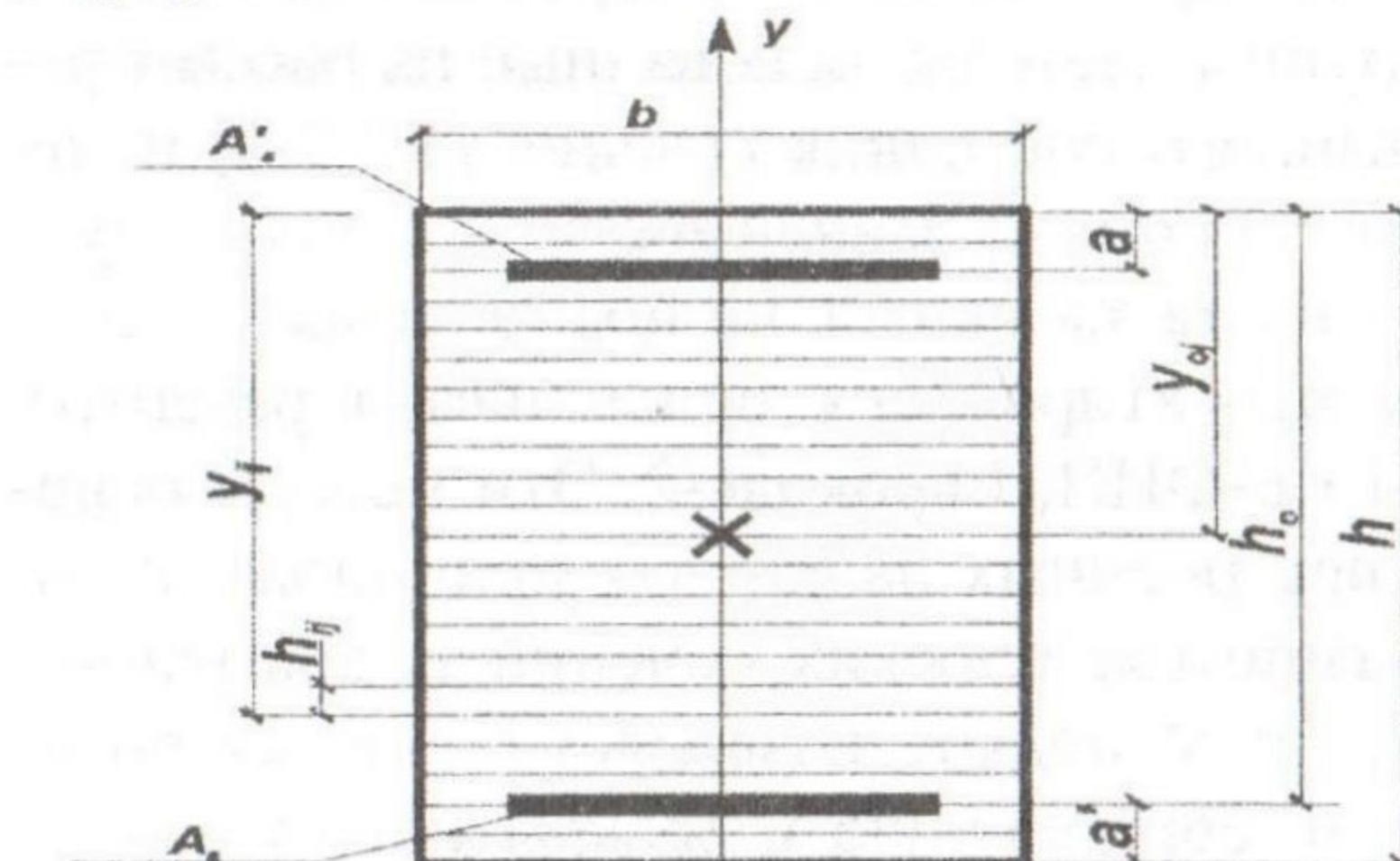


Рис.1 Расчетное поперечное сечение балки

совместности деформаций бетона и арматуры; нагружение балки производится путем прикладывания двух симметрично расположенных сил F на расстоянии “ c ” от опор (рис.2); все характеристики НДС балки

при длительном действии нагрузки, положены следующие положения: связь между напряжениями и деформациями бетона, а так же арматуры представляются реальными диаграммами $\sigma - \varepsilon$; распределение деформаций по высоте сечений происходит в соответствии с гипотезой плоских сечений; принимается гипотеза

определяется итерационным методом (последовательных приближений).

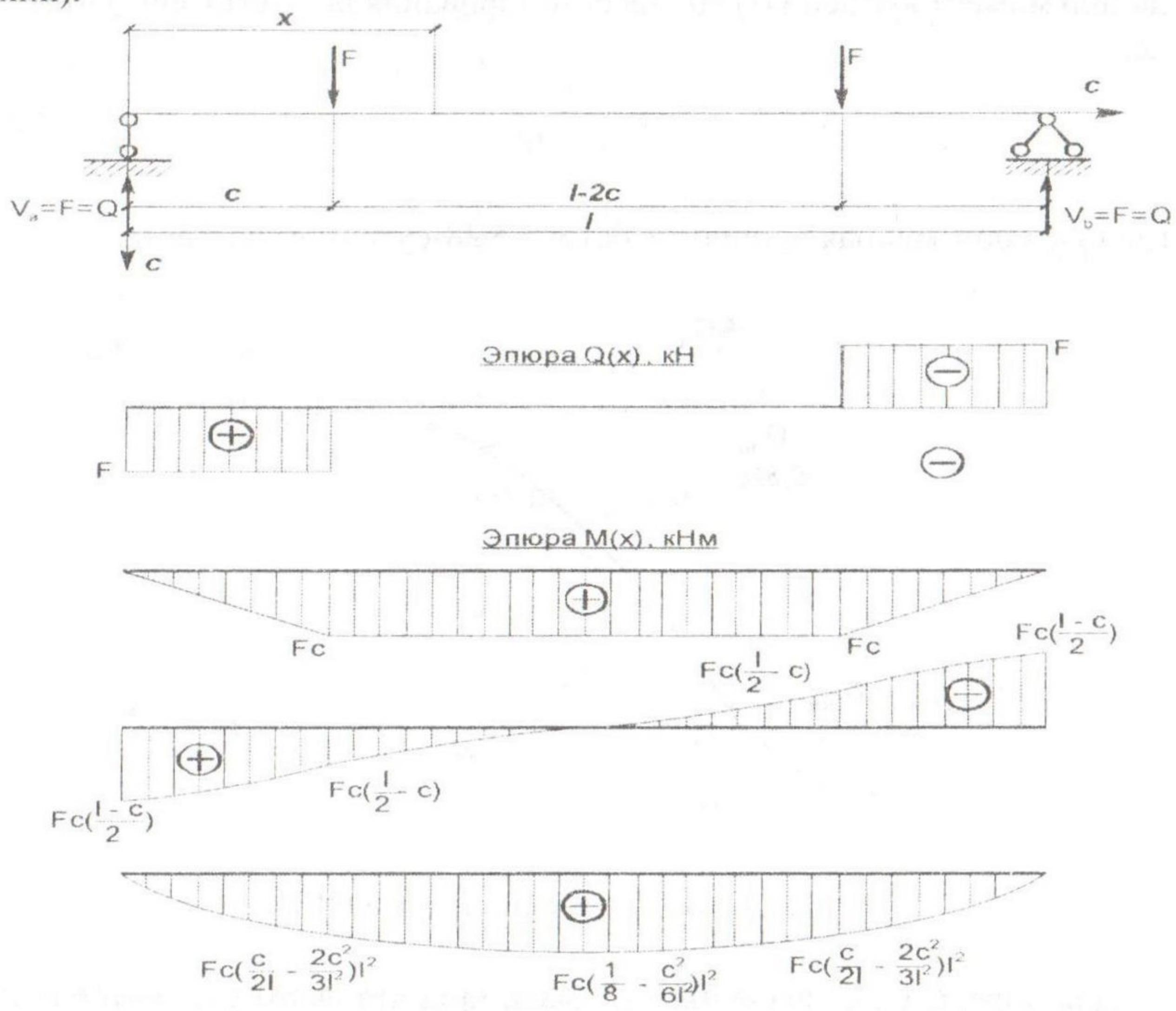


Рис. 2. Эпюры внутренних усилий, углов поворота и прогибов балки от действия поперечной нагрузки без учета собственного веса

Для описания диаграммы $\sigma_b - \varepsilon_b$ (рис. 2), используется соотношение предложенное ЕКБ-ФИП

$$\frac{\sigma_b(t)}{R_b} = \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta}, \quad (1)$$

где: $\eta = \frac{\varepsilon_b(t)}{\varepsilon_{bu}}$ - величина, которая характеризует интенсивность увеличения деформаций в бетоне $\varepsilon_b(t)$; ε_{bu} - величина деформаций, которая отвечает наибольшему значению напряжений сжатия R_b (призменной прочности); k - коэффициент, который учитывает влияние неупругой составляющей деформации.

личения деформаций в бетоне $\varepsilon_b(t)$; ε_{bu} - величина деформаций, которая отвечает наибольшему значению напряжений сжатия R_b (призменной прочности); k - коэффициент, который учитывает влияние неупругой составляющей деформации.

ЕКБ-ФИП рекомендует определить приизменную прочность бетона в любой момент времени (t) со дня бетонирования по известной формуле:

$$R_b = R_{B28} \frac{\lg t}{\lg 28}, \quad (2)$$

где R_{B28} - приизменная прочность бетона в 28-суточном возрасте.

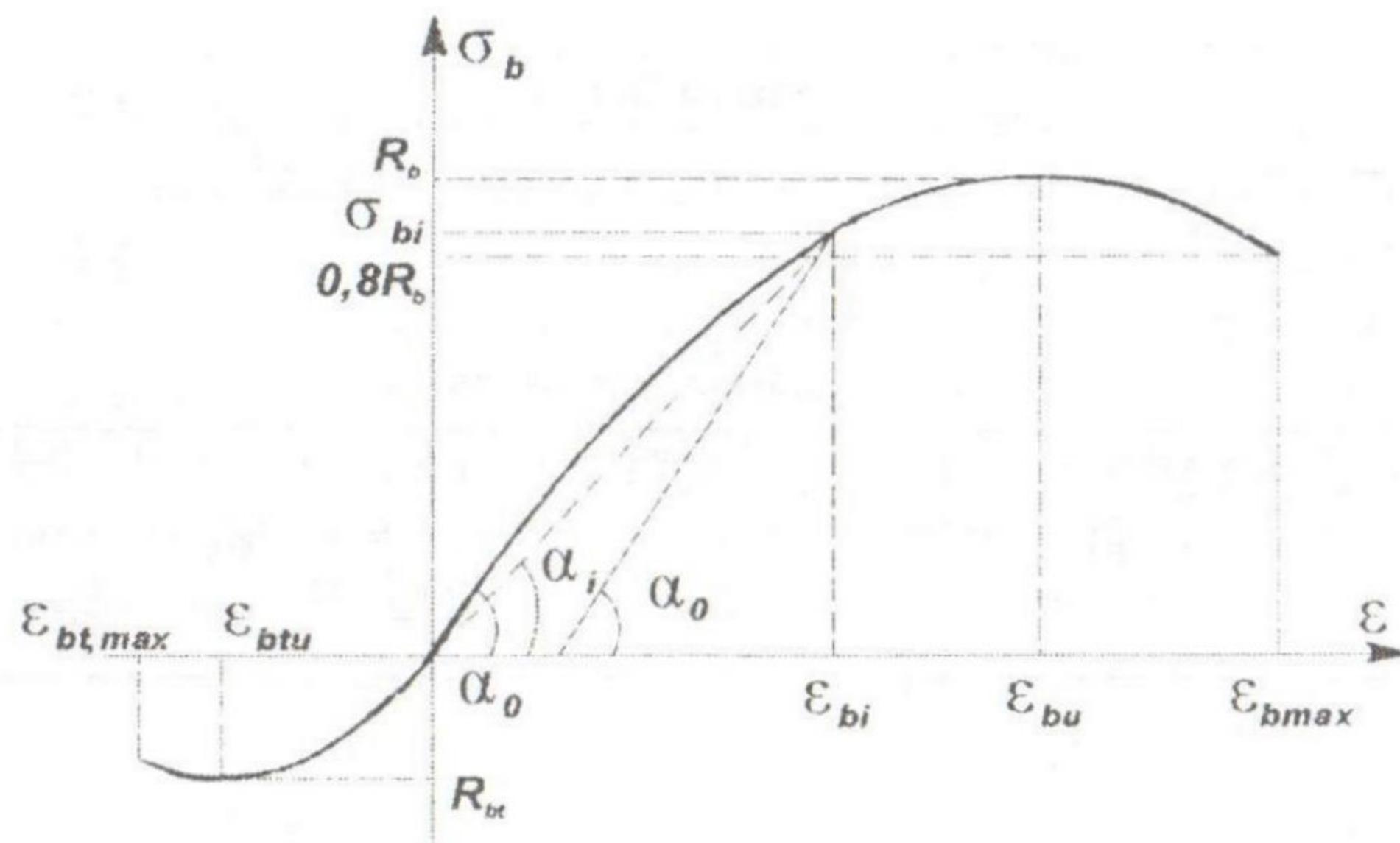


Рис.3. Диаграмма σ - ϵ бетона ЕКБ-ФИП.

Для определения значения ε_{bu} была принята формула, которая по данным [9,8] хорошо согласуется (коэффициент вариации $v \leq 5\%$) с экспериментальными данными:

$$\varepsilon_{bu} = \left[3.6 R_b - \left(3 \frac{R_b}{36} \right)^5 + 51 \right] \cdot 10^{-5}. \quad (3)$$

С целью сближения восходящей ветви кривой (1) с экспериментальными данными было введено дополнительное условие при определении коэффициента k . Таким условием есть точка диаграммы, которая отвечает начальному модулю деформаций бетона E_{b0} . В действующих на Украине нормах [5] начальный модуль E_{b0} определяется при напряжениях $\sigma_b = 0.3R_b$. Для этого уровня напряжения деформация бетона составляет

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_{b0}} = \frac{0.3R_b}{E_{b0}}$$

$$\text{Тогда } \eta_0 = \frac{0,3R_b}{\varepsilon_{bu}E_{B0}}. \quad (4)$$

После подстановки в (1) в место $\sigma_b / R_b = 0,3$ и выражения (4) получим:

$$0,3 = \frac{k \cdot \eta_0 - \eta_0^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta_0}. \quad (5)$$

После преобразования (5) получим выражение для коэффициента упругопластичности бетона k на восходящей ветви диаграммы:

$$k = \frac{\eta_0^2 + 0,6 \cdot \eta_0 + 0,3}{0,7 \cdot \eta_0}. \quad (6)$$

Для описания нисходящей ветви диаграммы сжатия бетона вводится точка, отвечающая конечному значению деформации бетона ε_{bmax} :

$$\varepsilon_{bmax} = \frac{R_b \cdot 10^{-2}}{10 + 2,75 R_b}. \quad (7)$$

Исходя из условия, что ε_{bmax} наблюдаются при напряжениях $\sigma_b = 0,8R_b$, коэффициент упругопластичности k_1 на нисходящей ветви диаграммы $\sigma - \varepsilon$ бетона приобретает вид:

$$k_1 = \frac{\eta_{01}^2 + 1,6 \cdot \eta_{01} + 0,8}{0,2 \cdot \eta_{01}}. \quad (8)$$

Для описания диаграммы $\sigma - \varepsilon$ при растяжении бетона используем ту же зависимость (1) ЕКБ-ФИП, что и при сжатии. Значения $\varepsilon_{btu}, \varepsilon_{btmax}$ получаем путём умножения $\varepsilon_{bu}, \varepsilon_{bmax}$ на соотношение R_{bt} / R_b . В конечном виде напряжения растяжения в бетоне определяем с помощью зависимости

$$\frac{\sigma_{bt}(t)}{R_{bt}} = \frac{k \cdot \eta_t + \eta_t^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta_t}, \quad (9)$$

где: $\eta_t = \frac{\varepsilon_{bt}(t)}{\varepsilon_{btu}}$ – величина, характеризующая интенсивность нарастания деформаций в бетоне ε_{bt} при растяжении; ε_{btu} – величина деформаций бетона при максимальных напряжениях растяжения в нём.

Прочность бетона при растяжении определяется по формуле:

$$R_{bt} = R_{bt28} \frac{\lg t}{\lg 28}. \quad (10)$$

Секущий модуль деформаций бетона в любом возрасте и уровне нагрузления в некоторой точке i диаграммы определяется зависимостью:

$$E_{bi}(t) = \frac{\sigma_{bi}(t)}{\varepsilon_{bi}(t)} = \operatorname{tg} \alpha_i. \quad (11)$$

Деформации ползучести ε_{cr} можно учесть путём использования известных зависимостей, предложенных А.Я.Барашиковым, А.Б.Голышевым, В.П.Полищуком,[10] И.Е.Прокоповычем, И.В.Руденко и др. для бетонов без повреждений, а также З.Я.Блихарским [9] для бетонов, поврежденными коррозионными процессами. В основу определения деформаций ползучести по [9] положен закон изменения величины характеристики ползучести бетона, предложенный А.Б. Голышевым [10], который можно представить в таком виде:

$$\varphi(t) = \varphi_k \left(1 - e^{-\lambda(t)} \right) \quad (12)$$

$$\lambda(t) = 1,5 \sqrt{t/365},$$

где: φ_k – конечная величина характеристики ползучести, которая может быть определена с учетом коррозионных повреждений бетона по формуле:

$$\varphi_k = \xi_b^c \cdot \xi_{cr1} \cdot \xi_{cr2} \cdot \xi_{cr3} \cdot C_m \cdot E_b. \quad (13)$$

Нормативное значение меры ползучести можно определить по формуле

$$C_m = 12,5 \cdot 10^{-6} \frac{B}{R_b}. \quad (14)$$

В конечном виде, учитывая что $\varphi(t) = \frac{\varepsilon_{cr}(t)}{\varepsilon_b(t)}$, после некоторых пре-

образований формула для определения деформаций ползучести бетона с учетом коррозионных повреждений примет вид

$$\varepsilon_{cr}(t) = \xi_b^c \cdot \xi_{cr1} \cdot \xi_{cr2} \cdot \xi_{cr3} \cdot 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{B \cdot \sigma_b(t)}{R_b} (1 - e^{-\lambda(t)}), \quad (15)$$

где: ξ_b^c - коэффициент, который учитывает наличие коррозионных повреждений и который рекомендуется принимать равным 1,05..1,15 в зависимости от вида бетона; ξ_{cr1} , ξ_{cr2} , ξ_{cr3} - коэффициенты, учитывающие влажность среды, размеры конструкции, время их загружения.

Согласно рекомендациям О.Я. Берга [11] их можно определять по формулам:

$$\xi_{cr1} = 1,54(135 - W)/100, \quad (16)$$

$$\xi_{cr2} = 0,90 \left(0,70 - \frac{1}{r}\right) \quad (17)$$

$$\xi_{cr3} = 0,36 + \frac{26,4}{(13 + \tau)}, \quad (18)$$

где: τ - время нагружения конструкции; r - открытая удельная поверхность бетона; W - влажность среды.

Деформации набухания бетона $\varepsilon'_{sh}(t)$ можно определить с помощью зависимостей И.Н. Ахвердова, А.Б. Голышева [10], а также с учетом влияния коррозии по З.Я. Блихарскому [9].

Величина деформаций усадки бетона по А.Б. Голышеву [10], определяется по формуле:

$$\varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_{shk} \left(1 - e^{-\lambda(t)}\right) \quad (19)$$

где: ε_{shk} - конечная величина деформаций усадки бетона которую с учетом коррозионных повреждений можно определить из условия:

$$\varepsilon_{shk} = \xi_b^c \cdot \xi_{sh1} \cdot \xi_{sh2} \cdot \xi_{shu}. \quad (20)$$

При этом, $\varepsilon_{shu} = 0,14 \cdot 10^{-6} \sqrt{B}, \quad (21),$

$$\varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_{bc} \cdot \varepsilon_{sh1} \cdot \varepsilon_{sh2} \cdot 0,14 \cdot 10^{-6} \sqrt{B} \left(1 - e^{-\lambda(t)}\right). \quad (22)$$

Конечная формула для определения деформаций набухания примет вид:

$$\varepsilon'_{sh}(t) = \gamma'_{sh} \cdot \varepsilon_{sh}(t), \quad (23)$$

где: γ'_{sh} - переходит коэффициент от деформаций усадки до деформаций набухания; $\varepsilon_{sh1}, \varepsilon_{sh2}$ - коэффициенты, которые учитывают влияние влажности и размеров конструкций и которые по В.А. Баженову [12] рекомендуется определять из условий:

$$\varepsilon_{sh1}(t) = 1,52 \left[1 - \left(\frac{W}{100} \right)^3 \right], \quad (24)$$

$$\varepsilon_{sh2}(t) = 0,035 (31 - r) \quad (25)$$

Суммарные расчетные деформации бетона образцов с учетом длительных процессов и коррозии составляют:

$$\varepsilon_{bij}(t) = \varepsilon_{bij0} + \varepsilon_b(\sigma_b, t) + \varepsilon_{cr}(t) - \varepsilon'_{sh}(t)_q, \quad (26)$$

где: ε_{bij0} - деформации бетона образцов при кратковременном нагружении; $\varepsilon_b(\sigma_b, t)$ - деформации бетона из-за прироста напряжений в образцах вследствие уменьшения поперечного сечения из-за коррозионных напряжений.

А.Н. Бамбура [13] предложил учитывать трансформацию параметров диаграммы деформирования бетона в зависимости от времени и уровня длительного нагружения, исходя из значений указанных параметров при кратковременном действии нагрузки с помощью следующих зависимостей:

$$\xi_{b\max}(t) = \xi_{br} [1 + \eta_e (0.1800 + 0.2734 \ln(t))]; \quad (27)$$

$$\xi_{bu}(t) = \xi_{bu} [1 + \eta_e (0.206 + 0.239 \ln(t))]; \quad (28)$$

$$\beta(t) = \beta + \left(\frac{\xi_{bu}(t) - \xi_{bu}}{\xi_{bu}} \right) \left(\frac{0.932 - \beta}{2} \right); \quad (29)$$

$$\sigma_{b\max}(t) = R_b [0.9488 - 0.0166 \ln(t)] k(\eta_e, t); \quad (30)$$

$$k(\eta_e, t) = 1 - 0.152 \ln(t) [1 - 1.4 \eta_e + 0.491 \eta_e^2], \quad (31)$$

где: η - уровень длительных напряжений; $R_b(\tau - \tau_1)$ - призменная прочность бетона после длительного действия напряжения; $R_b(\tau)$ - призменная прочность ненагруженного бетонного образца в рассматриваемый момент времени; τ - длительность действия напряжения.

Связь между напряжениями и деформациями бетона при длительном действии нагрузки по рекомендации[13] можно принять в виде диаграммы, описываемой полиномом:

$$\sigma_b(t) = \sigma_{b \max}(t) \sum_{i=1}^5 a_i(t) \left(\frac{\xi_b(t)}{\xi_{b \max}(t)} \right)^i, \quad (32)$$

где: $\sigma_b(t)$ - напряжение в бетоне в произвольный момент времени; $\xi_b(t)$ - полные деформации бетона в произвольный момент времени; $a_i(t)$ - коэффициенты полинома, описывающего диаграмму деформирования бетона при длительном действии нагрузки.

В проводимых исследованиях используется растянутая и сжатая сталь с физическим пределом текучести. Поэтому связь между напряжениями и деформациями представляем в виде двух линейных диаграмм (рис. 4)

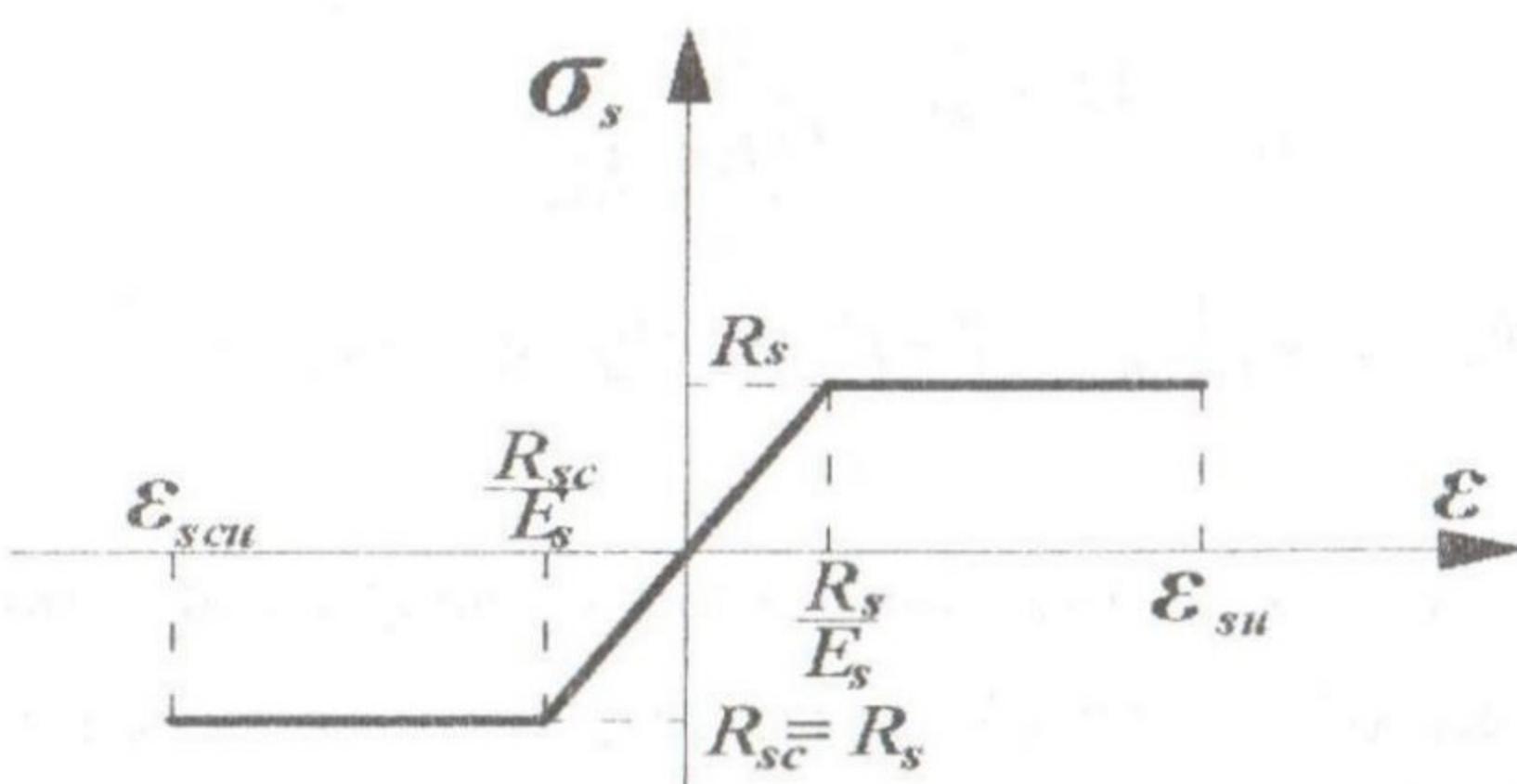


Рис.4 Диаграмма σ_s - ϵ_s для арматурной стали с физическим пределом текучести

Изгибающий момент и поперечная сила по длине элемента являются переменными величинами:

- при $0 < x \leq c$ $M(x) = F x$; $Q(x) = F$;
- при $c < x < l - c$ $M(x) = F c$; $Q(x) = 0$;
- при $l - c < x \leq l$ $M(x) = F(l - x)$; $Q(x) = -F$

Моделирование напряженно-деформированного состояния исследуемых элементов при поперечном изгибе выполняем в соответствии с блок-схемой, представленной на рис. 5 в такой последовательности:

1. Вводится входная(п.2 блок-схемы) информация: пролет балки, количество участков по длине балки "i", а также слоев по высоте сечения "j", размеры сечения балки b_{ij} и h_{ij} ; количество нижней A_s , верхней A'_s и поперечной арматуры A_{sw} , установленной с шагом S , а

также толщин защитных нижнего a и верхнего a' слоев бетона E_{bij} и арматуры E_{si} ; координаты c , $l - c$; характеристики прочности арматуры R_s , R_{sw} и бетона R_b , R_{bt} ; начальные модули деформации бетона; приложения поперечных сил и величину этапа нагружения ΔF .

2. Определяем геометрические характеристики при опорных и пролетных сечений железобетонных элементов (п.3 блок-схемы) с учетом реальных секущих модулей деформаций на данном этапе

$$(EA)_{redi}(t) = \sum_{j=1}^{j_{max}} E_{bij}(t) \cdot A_{bij} + E_{si} \cdot A_{si} + E'_{si} \cdot A'_{si}, \quad (34)$$

$$(ES)_{redi}(t) = \sum_{j=1}^{j_{max}} E_{bij}(t) \cdot A_{bij} \cdot y_{bij} + E_{si} \cdot A_{si} \cdot y_{si} + E'_{si} \cdot A'_{si} \cdot y'_{si}, \quad (35)$$

$$y_{0i} = \frac{(ES)_{redi}}{(EA)_{redi}}, \quad (36)$$

$$(EI)_{redi}(t) = \sum_{j=1}^{j_{max}} E_{bij}(t) \cdot A_{bij} \cdot (y_{0i} - y_{ij})^2 + E_{si} \cdot A_{si} \cdot (h_0 - y_{0i})^2 + E'_{si} \cdot A'_{si} \cdot (y_{0i} - a')^2, \quad (37)$$

где : $E_{bij}(t)$, E_{si} , E'_{si} - секущие модули деформаций, соответственно бетона, растянутой и сжатой арматуры, которые перед нагружением принимаются равными начальным модулям деформации; A_{bij} - площадь j -го слоя i -го сечения балки; y_{ij} - расстояние от сжатой грани балки до центра тяжести j -го слоя i -го сечения балки

3. Задаем этап нагружения балки с последующим его увеличением на заданную величину ΔF (п. 4,5 блок-схемы), определяем соответствующие моменты, а также поперечные силы действующие в пролетах срезов(п.6 блок-схемы).

4. Определяем деформации бетона и арматуры в рассматриваемых сечениях балки(п.7) при кратковременном ее нагружении:

$$\varepsilon_{bij}(t) = \frac{M_i}{(EI)_{redi}(t)} (y_{ij} - y_{oij}), \quad (38)$$

$$\varepsilon_{sio} = \frac{M_i}{(EI)_{redi}(t)} (h - a_i), \quad (39)$$

$$\varepsilon'_{sio} = \frac{M_i}{(EI)_{redi}(t)} (a'_i - y_{oij}) \quad (40)$$

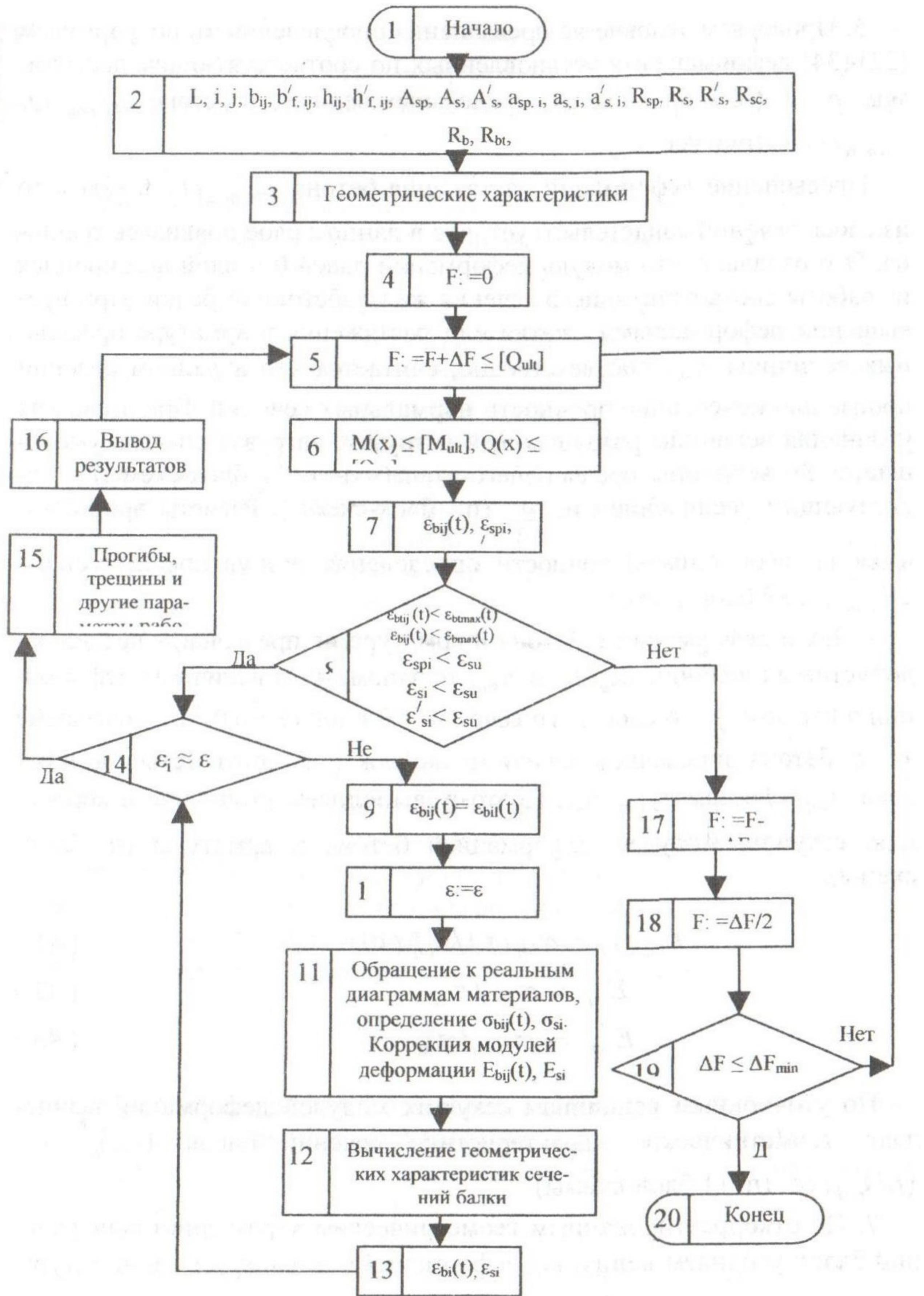


Рис. 5 Блок-схема

5. Проверяем условие не превышения определенными по формулам (32)-(34) деформациями установленных по соответствующим диаграммам $\sigma - \varepsilon$ (п. 8 блок-схемы) предельных величин в бетоне $\varepsilon_{bt\max}(t)$, $\varepsilon_{b\max}(t)$ и арматуре ε_{su} .

Превышение деформаций растяжения бетона $\varepsilon_{bt\max}(t)$ в каком-то из слоев сечений свидетельствует, что в данном слое появилась трещина. Это означает, что модуль деформаций равен 0 и слой выключился из работы соответствующего сечения железобетонной балки. При превышении деформациями сжатия или растяжения в арматуре предельных величины ε_{su} , соответственно, считается что в данном сечении произошло исчерпание прочности нормальных сечений. При этом, для уточнения величины разрушающей нагрузки, нагрузка сначала уменьшается до величины предыдущего этапа(пункт. 17 блок-схемы) с последующим увеличением на $\frac{\Delta F}{2}$ (п. блок-схемы). Расчеты продолжаются до необходимой точности определения разрушающего усилия ΔF_{min} (п. 19 блок-схемы).

6. Если деформации в бетоне и арматуре не превышают предельно допустимых величин $\varepsilon_{bu}(t)$ и ε_{su} , то запоминаем величины деформаций в каждом j -го слое i -го сечения(п.9 блок-схемы), по диаграмме $\sigma - \varepsilon$ бетона определяем величины напряжений, соответственно в бетоне $\sigma_{bij}(t)$ и арматуре σ_{si} . Поэтому выполняем уточнение и коррекцию секущих модулей деформаций бетона и арматуры (п. блок-схемы).

$$E_{bij}(t) = \sigma_{bij}(t) / \varepsilon_{bij}(t), \quad (41)$$

$$E_{si} = \sigma_{si} / \varepsilon_{si}, \quad (42)$$

$$E'_{si} = \sigma'_{si} / \varepsilon'_{si} \quad (43)$$

По уточненным величинам секущих модулей деформаций вычисляют геометрические характеристики сечений балок $(EA)_{redi}(t)$, $(EI)_{redi}(t)$, (п. 11 блок-схемы).

7. По откорректированным геометрическим характеристикам сечений балок уточняем величины деформаций бетона $\varepsilon_{bij}(t)$ и арматуры ε_{si} , ε'_{si} (п.13 блок-схемы) и сравниваем их с определенными в предыдущем цикле расчета(п.14 блок-схемы). Если их значения близки к заданной точности расчетов (расхождение не более 1% дает удовлетво-

рительные результаты - $\Delta\varepsilon_b(t) \leq 0,01\varepsilon_b(t)$, считаем, что на заданном этапе нагружения параметры напряженно-деформированного состояния сечений балки установлены и переходим к определению прогибов(п.15 блок-схемы).

Результаты экспериментов. К настоящему времени проведены экспериментальные исследования на длительно действующую нагрузку 3х серий с пролетом среза $c = 35\text{см}$, выполненных соответственно из бетонов класса В15, В25, В35.

Разрушение всех испытуемых балок как при кратковременном, так и при длительном действии нагрузки произошло по наклонной трещине. Каждая серия состояла из 4х балок, одна из которых подвергалась кратковременному нагружению до разрушения, а остальные 3- длительному нагружению, соответственно, с уровнем нагрузки 0,85; 0,9 и 0,95 от разрушающей. Опыты показали, что балки с уровнем нагружения 0,95 разрушались в зависимости от, класса бетона в интервале от 1 до 65 часов. Чем выше класс бетона, тем больше интервал и наоборот. Балки, нагруженные на уровне 0,9 от разрушающей простояли под нагрузкой от 5 до 70 суток, после чего разрушились. При испытании на этом уровне нагрузки наблюдался незатухающий процесс роста прогибов и ширины раскрытия трещин. К моменту разрушения ширина раскрытия наклонных трещин при длительном действии нагрузки превышала аналогичные показатели при кратковременном нагружении в 1,6-2,1 раза, а прогибы ,соответственно, в 1,7-2 раза. В балках всех трех классов бетона при нагрузке 0,85Fu наблюдалась стабилизация прогибов и ширина раскрытия трещин. После более чем восьмимесячного наблюдения эти балки доводили до разрушения. В результате исследований было установлено, что разрушающая нагрузка для балок, нагруженных длительно действующей нагрузкой уровнем 0,85 выросла на 13-15% по сравнению с кратковременным нагружением.

Выводы

1. Длительная прочность наклонных сечений подчиняется общим закономерностям деформирования и разрушения железобетона.
2. Сравнение результатов расчетов по предлагаемой деформационной модели с опытными данными показало удовлетворительную их сходимость.
3. Экспериментально установлена тенденция некоторого роста (в пределах 10...15%)длительной прочности наклонных сечений исследуемых железобетонных элементов.

Список литературы

1. Залесов А.С., Чистяков Е.А., Ларичева И.Ю. Деформационная расчетная модель железобетонных элементов при действии изгибающих моментов и продольных сил. – Бетон и железобетон, 1996, №5, С.16-18.
2. Звездов А.И., Залесов А.С., Мухамедиев Т.А., Чистяков Е.А. Расчет прочности железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил по новым нормативным документам. – Бетон и железобетон, 2002, №2, С.21-25.
3. Голышев А.Б. Бачинский В.Я., Полищук В.П. и др. Железобетонные конструкции. Том 1. – К., изд-во «Логос», 2001. – 417с.
4. Голишев О.Б. Курс лекцій з основ розрахунку будівельних конструкцій із опору залізобетону. О.Б. Голишев, А.М. Бамбура. – К.: Логос, 2004. -310с.
5. Стоительные нормы и правила. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования СНиП 2.03.01-84*. – М.: Стройиздат, 1986, - 120с.
6. Свод правил по проектированию и строительству СП52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного натяжения арматуры. – М: ГУП «НИИЖБ» Госстроя Российской Федерации, 2004. – 55с.
7. Свод правил по проектированию и строительству СП52-101-2004. Бетонные и железобетонные конструкции с предварительным на-тяжением арматуры. – М: ГУП «НИИЖБ» Госстроя Российской Федерации, 2004. – 49с.
8. Бліхарський З.Я.Напружен- деформований стан залізобетонних конструкцій в агресивному середовищі при дії навантаження: Дис...докт.техн.наук:05.23.01- Львів,2005.-357 с.
9. Бліхарський З.Я., Вашкевич Р.В., Струк Р.Ф. Методика розрахунку залізобетонних конструкцій, відновлених після корозії. Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. - Одеса.: „Місто майстрів”, 2004. – С.41-47.
10. Голышев А.Б., Полищук В.П., Руденко И.В. Расчет железобетонных стержневых систем с учетом фактора времени. –К.: Будівельник, 1984. -128с.
11. Берг О.Я., Шербаков Е.Н., Писаренко Г.Н. Высокопрочный бетон. –М.: Стройиздат, 1971. – 207с.
12. Баженов В.А., Гуляр О.І., Рутковський В.А. Методика чисельного моделювання нелінійного деформування та руйнування просторових залізобетонних конструкцій. Збірник наукових праць: Будівельні конструкції. Кн.1. – К.: НДІБК, 2003. – вип. 59. – С.157-162.
13. Бамбура А.М.Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: Автореф. дис...д-ра техн.наук:05.23.01/- Харків, 2006.-39 с.