УДК 624.04:624.031

СИНТЕЗ РАСЧЕТА ПО ДВУМ ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯ

В.М. Кобринец, Ю.В. Заволока, М.В. Заволока.

Расчёт конструкций выполняется сначала по первому предельному состоянию, а затем проверяется по второму. Проверка по второму предельному состоянию может оказаться с запасом. В данном случае делается попытка оптимизации расчёта.

Для стержневой линейно-деформируемой системы (справедлив закон Гука) энергия равна работе, которые определяются через квадратичные формы податливости либо жесткости системы [1]

$$U = A = \frac{1}{2}\begin{Vmatrix} P_1 & P_2 & \cdots & P_n \end{Vmatrix} \mathrm{X} \begin{Vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \cdots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \cdots & \delta_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \delta_{n3} & \cdots & \delta_{nn} \end{Vmatrix} \qquad (1)$$

Перемещение под силой определяется

$$\Delta i = \delta_{i1}P_1 + \delta_{i2}P_2 + \delta_{i3}P_3 + \ldots + \delta_{ii}P_i + \ldots + \delta_{in}P_n \qquad (2)$$

тогда выражение (1) принимает вид

$$A = \frac{1}{2}\left[\Delta_1 \cdot P_1 + \Delta_2 \cdot P_2 + \cdots + \Delta_n \cdot P_n\right] \qquad (3)$$

Если силы выразить через одну силу $Pi = \alpha_i P_k$, а премещения по упругой линии через $\Delta_i = \beta_i \Delta_k$, получем работу через одну обобщенную силу и одно обобщенное перемещение

$$A = \frac{1}{2} P_k \Delta_k (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \ldots + \alpha_{k-1}\beta_{k-1} + 1 + \alpha_{k+1}\beta_{k+1} + \alpha_n\beta_n) \qquad (4)$$

По выражению (4) достаточно ограничить прогиб Δ_k, допускаемым значением. Работа внутренних усилий вычисляется суммированием энергии деформации по всем стержням

$$A_b = \sum_{i=1}^{n}\left[\int_l \frac{N_i^2}{2EF}ds + \int_l \frac{M_i^2}{2EI}ds + \int_l \frac{k_i N_i^2}{2GF}ds\right] \quad (5)$$

Внутренние усилия выражаются через внешние силы, например

$$M(s) = \sum_{i=1}^{n} m_i(s) \cdot P_i \quad (6)$$

здесь, $m_i(s)$— изгибающий момент в сечении s, взятый по эпюре m_i от $\overline{P} = 1$. После подстановки (6) в (5) следует перейти к напряжениям. Напряжения необходимо ограничить допускаемым уровнем предела прочности. Работу по (4) входящее перемещение Δ_k, необходимо ограничить допускаемым прогибом и приравнять работу внутренних усилий и внешних сил. Рассмотрим предлагаемую методику на примерах. Шарнирно-опертая балка загруженная силой P по середине пролета. Балка прямоугольного сечения b x h.

Напряжения $\sigma_x = \frac{Px\overline{y}}{2I}$; деформации $\varepsilon_x = \frac{Px\overline{y}}{2EI}$.

$$A_b = 2\int_0^{l/2}\int_{-h/2}^{h/2}\int_0^{b}\int_0^{1} \sigma_x \cdot \varepsilon_x \cdot \tau dxdydzdz \quad (7)$$

Здесь $\tau = t/T$ - относительное текущее время.

T - общее время загружения, заранее неизвестное, но достаточно большое. После подстановки в (7) σ_x и ε_x и интегрирования получим

$$A_b = 2\int_0^{l/2}\int_{-h/2}^{h/2}\int_0^{b}\int_0^{1} E \cdot \frac{P^2 x^2 \overline{y}^2 \cdot \tau}{4(EI)^2} \cdot \tau dxdydzd\tau = \frac{P^2 l^3}{96EI} \quad (8)$$

Принимая во внимание, что $\sigma^m = Pl/4W$ и соответствующие этим напряжениям деформации $\varepsilon^m = \sigma^m / E$ выделим эти величины из (8) с учетом того, что сечение прямоугольное получим выражение для внутренней работы в таком виде

$$A_b = \frac{1}{18} V_0 \sigma^m \cdot \varepsilon^m \quad (9)$$

Здесь V_0 объем балки, σ^m, ε^m - экстремальные напряжения и деформации. Из (9) видно, что в работе принимает активно участие только 5,56% от общего объема балки. Если загружать очень быстро его можно повысить до 11,1 %. Естественно приравнять работу A_b и работу внешних сил, при этом напряжения и деформации σ^m и ε^m доведя до предельно допустимых

$$\frac{1}{18}V_0[R]\cdot[\varepsilon_R]=\frac{1}{2}P\cdot[f] \qquad (10)$$

Из этого условия получаем выражение для силы P_{Rf} удовлетворяющее требованию по прочности и жесткости

$$P_{Rf}=V_0\cdot[R]\cdot[\varepsilon_R]/9\cdot[f] \qquad (11)$$

Возможны и другие выражения

$$P_{Rf}=\frac{48I_H\cdot[R]\cdot[f]}{l^3\cdot[\varepsilon_R]}=\frac{144\cdot W_H^2\cdot[R]\cdot[f]}{V_0\cdot l^2\cdot[\varepsilon_R]} \qquad (12)$$

Из (12) по известной силе можно определить необходимые момент инерции I_H и моменты сопротивления W_H. Работа и энергия стержневой системы выражается через квадратичную форму перемещений

$$\begin{aligned}U=A=\frac{1}{2}(&r_{11}\Delta_1^2+r_{12}\Delta_1\cdot\Delta_2+\ldots+r_{1n}\Delta_1\cdot\Delta_n+\\ &+r_{21}\Delta_2\cdot\Delta_1+r_{22}\Delta_2^2+\ldots+r_{2n}\Delta_2\Delta_n+ \\ &+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+\\ &+r_{n1}\Delta_n\Delta_1+r_{22}\Delta_n\Delta_2+\ldots+r_{nn}\Delta_n^2)\end{aligned} \qquad (13)$$

В (13) непосредственно входят перемещения Δ_i . Если выразить Δ_i через какое-то одно характерное перемещение $\Delta_i = \gamma_i\Delta_k$, тогда (13) приравнять к (4). Вычисления выполняются иттерационно.

Литература.

А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лященников, Н.Н. Шапошников. Строительная механика. Стержневые системы. М. 1978 г.