

## ПЕРЕМЕЩЕНИЕ, РАБОТА И РЕЛАКСАЦИЯ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

*Кобринец В.М., Рудык Ю.С.*

Исследовано влияние неблагоприятных условий на работу конструкций, которое приводит к изменению напряжений, перемещений, жёсткости и несущей способности. При вынужденных деформациях релаксации напряжений не происходит, а усилий происходит. При этом расширено понятие о релаксации.

В первоначально однородном, изотропном, сжатом стержне в процессе эксплуатации под влиянием условий работы появляются зоны с наследственной (наведенной) неоднородностью. Полагаем, что неоднородность симметричная и не приводит к изменению вида напряжённого состояния. Напряжения в ядре  $\sigma_y$  и в зонах неоднородности  $\sigma_{ni}$  определяются из условия деформаций [1]

$$\varepsilon_{ni}^* = \varepsilon_y^*, \quad (1)$$

$$\sigma_{j+я,ni}^* = \alpha_j \sigma_0 / f_{1N}^*, \quad \alpha_j = E_j / E_y, \quad \alpha_y = 1. \quad (2)$$

где  $f_{1N}^*$  — функция наследственной неоднородности

$$f_{1N}^* = 1 - \sum_{i=1}^n \mu_{ni}^* (1 - \alpha_i), \quad \mu_{ni}^* = A_{ni}^* / A_0. \quad (3)$$

(\* — отмечены функции, изменяющиеся во времени).

Укорочение (при растяжении удлинение) стержня определяется через деформацию

$$u = \int_0^x \varepsilon dx. \quad (4)$$

С учетом (1) определяется перемещение любого волокна и всего стержня

$$u(x) = \int_0^x \frac{\sigma_0}{E_{\text{я}} f_{1N}^*} dx = \frac{P \cdot x}{E_{\text{я}} A_0 f_{1N}^*}. \quad (5)$$

Время загрузки  $T$  неизвестно, но достаточно большое.

Относительное время  $\tau = t/T$ .

Работа совершается напряжениями во всех зонах [2]

$$W_{\sigma}^* = \int_0^1 \int_0^{\ell} \int \int \sigma_{\text{я}} \varepsilon \tau dx dy dz dt + \sum_{i=1}^n \int_0^1 \int_0^{\ell} \int \int \sigma_{\text{ни}} \varepsilon \tau dx dy dz dt. \quad (6)$$

При стационарном воздействии окружающей среды по всей длине

стержня  $\int_0^{\ell} dx = \ell$ , интегралы  $\int_0^{a_i} \int_0^{b_i} dx dy = A_i$

Следовательно внутренняя работа

$$W_{\sigma}^* = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\text{я}}^{*2} \ell A_0}{E_{\text{я}}} f_{1N}^*, \quad (7)$$

а работа внешней сжимающей силы

$$W_P^* = \frac{1}{2} \frac{P^2 \ell}{E_{\text{я}} A_0 f_{1N}^*} = \frac{1}{2} \frac{E_{\text{я}} A_0 u(\ell)^2}{\ell} f_{1N}^*. \quad (8)$$

Согласно принципу возможных перемещений

$$N_k^* \Delta_m^* - \int_{\ell} N_{\text{як}}^* \varepsilon_m^* dx - \sum_{i=1}^m \int_{\ell} N_{\text{ни},k}^* \varepsilon_m^* dx = 0 \quad (9)$$

Откуда возможная работа  $W_{km}$

$$W_{km} = N_k N_m \ell / E_{\text{я}} A_0 f_{1N}^*, \quad (10)$$

что позволяет определить жесткость и податливость

$$r^* = E_{\text{я}} A_0 f_{1N}^* / \ell = r_0 f_{1N}^*, \quad \delta^* = \ell_0 / E_{\text{я}} A_0 f_{1N}^* = \delta_0 / f_{1N}^* \quad (11)$$

Здесь принято, что работа материала во всех зонах происходит в упругой стадии. Тогда по первой теореме Кастелиано

$$\frac{\partial U}{\partial u} = \frac{d}{du} \left[ \frac{1}{2} \frac{E_{\text{я}} A_0 u(\ell)^2 f_{1N}^*}{\ell} \right] = N, \quad (12)$$

по второй

$$\frac{\partial U}{\partial N} = \frac{d}{dN} \left[ \frac{1}{2} \frac{N^2 \ell}{E_{\text{я}} A_0 f_{1N}^*} \right] = \frac{N \ell}{E_{\text{я}} A_0 f_{1N}^*} = u_{\ell}^*. \quad (13)$$

При определении перемещений, жёсткости, работы для подобного типа задач, можно использовать формулы для однородного материала с применением приведенного модуля упругости

$$E_{\text{пр}} = E_{\text{я}} f_{1N}^*, \quad (14)$$

Определённые условия работы могут вызвать появление не силовых деформаций (усадка, набухание и т.п.) именно в зонах неоднородности  $\varepsilon_{0\text{н}}$ . Но ядро сдерживает подобные деформации

$$\varepsilon_{\text{ни}}^* = \varepsilon_{0\text{н}} - \varepsilon_{\text{я}}. \quad (15)$$

Учитывая, что усилия должны быть самоуравновешенными

$$\sum_{i=1}^n N_{\text{ни}}^* = N_{\text{я}}^*, \quad (16)$$

получим

$$\sigma_{\text{я}}^* = E_{\text{я}} \varepsilon_0 \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_{\text{ни}}^* / f_{1N}^*, \quad (17)$$

$$\sigma_{\text{ни}}^* = E_{\text{ни}} \varepsilon_0 (1 - \sum_{i=1}^n \mu_{\text{ни}}) / f_{1N}^*. \quad (18)$$

Напряжения при  $\alpha_i < 1$  возрастают, что может привести к исчерпанию несущей способности.

Для случая вынужденной деформации, когда  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{я}} = \text{const}$  возникают напряжения

$$\sigma_{\text{ни}}^* = E_{\text{ни}} \varepsilon_0, \quad (19)$$

$$\sigma_{\text{я}}^* = E_{\text{я}} \varepsilon_0.$$

Как таковой, релаксации напряжений со временем не происходит. Если  $\varepsilon_0(t)$  меняются по определённому закону, точно так же будут изменяться и напряжения. Но продольная сила будет релаксировать и при постоянной

$$\varepsilon_0 = \Delta \ell_0 / \ell$$

$$N^* = N_0 f_{1N}^*, \quad N_0 = E_{\text{я}} A_0 \varepsilon_0^*. \quad (20)$$

В данном случае релаксация это не только уменьшение  $N^*$  при неблагоприятных, агрессивных, условиях среды, но и увеличение  $N^*$  при благоприятных условиях эксплуатации. Наиболее интенсивное уменьшение  $N^*$  будет происходить при  $\alpha_i = 0$ , что означает разрушение (износ) зоны воздействия.

Если неоднородность под влиянием среды возникает на одном конце стержня на расстоянии  $X_H^*$ , а затем продвигается к противоположному концу стержня, то податливость определяется суммированием податливостей части стержня с неоднородностью и той части, куда воздействие еще не дошло

$$\delta^* = \frac{\ell}{E_{\text{я}} A_0} \left[ 1 - \nu_H^* \left( 1 - \frac{1}{f_{1N}^*} \right) \right]; \quad \nu_H^* = \frac{X_H^*}{\ell}. \quad (21)$$

Жесткость является величиной обратной податливости

$$c^* = \frac{E_{\text{я}} A_0}{\ell} \frac{1}{1 - \nu_H^* \left( 1 - \frac{1}{f_{1N}^*} \right)}. \quad (22)$$

Таким образом, когда, воздействие возникает на одном конце и перемещается к противоположному вместо функции  $f_{1N}^*$  следует принять другую  $f_{2N}^*$

$$f_{2N}^*(X_H) = \frac{1}{1 - \nu_H^* \left( 1 - \frac{1}{f_{1N}^*} \right)}. \quad (23)$$

### Литература.

1. Кобринец В.М., Заволока Ю.В., Али Адель Расчёт центрально сжатых бетонных стержней с учётом воздействия внешней среды // Строительные материалы и конструкции. – 1991. – №4. – С.36–37.
2. Строительная механика стержневых систем и оболочек. Под редакцией Ю.И. Бутенко. – Киев, 1980 г.