УДК 624.154.3

УСТОЙЧИВОСТЬ И ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ СТЕРЖНЯ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ

Орлов А.Н., Калинина Т.А.

Исследованы устойчивость и продольный изгиб гибкого стержня, выполненного из материала, обладающего линейной ползучестью, с опорными связями, обладающими упругими свойствами и ползучестью. Выведены формулы для определения перемещений и критических сил при кратковременном и длительном действии

нагрузки в упругой задаче, а также для материалов подчиняющихся наследственной теории старения и теории упругой наследственности.

Рассмотрен гибкий однородный изотропный стержень, выполненный из материала обладающего линейной ползучестью с поперечным сечением симметричным относительно одной из главных центральных осей. На опорах имеются связи, обладающие упругими свойствами и ползучестью, препятствующие поворотам, а также абсолютно жесткие связи, исключающие возможность горизонтальных смещений.

Стержень имеет несовершенство в виде начальной погиби и сжат постоянными во времени силами P.

$$y_0 = f_0 \sin\frac{\pi z}{\ell} \tag{1}$$

Связь между деформациями и напряжениями в материале стержня устанавливается формулой, основанной на линейной зависимости теории ползучести

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^{t} \sigma(\tau)\frac{\partial\delta(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau \tag{2}$$

В общем случае, когда упругие характеристики и характеристики ползучести стержня и опорных связей различны, т.е. $E(t) \neq E_1(t) \neq E_2(t)$ и $\delta(t,\tau) \neq \delta_1(t,\tau) \neq \delta_2(t,\tau)$, а также в случае равенства упругих характеристик двух опорных закреплений ($k_1 = k_2 = k$) перемещения определяются по формуле

$$y(z) = f\sin\frac{\pi z}{\ell} - \pi(f - f_0)\frac{\operatorname{tg}\frac{\lambda\ell}{2}\sin\lambda z + \cos\lambda z - 1}{\frac{\ell P}{k} + \lambda\ell\operatorname{tg}\frac{\lambda\ell}{2}}, \tag{3}$$

а критическая сила P_{kr} при кратковременном действии нагрузок разыскивается как корень уравнения [1]:

$$\operatorname{tg}\frac{\lambda\ell}{2} = -\frac{P}{k\lambda},$$

$$\lambda^2 = \frac{P}{EI} \tag{4}$$

Для определения критической силы при длительном действии нагрузки достаточно в уравнении устойчивости упругой задачи заменить значения

упруго-мгновенных модулей длительными модулями и определять P_{dl} как корень уравнения

$$\left(\frac{\lambda_{dl}\ell}{tq\lambda_{dl}\ell}-1-\frac{\ell P}{k_{1dl}}\right)\left(\frac{\lambda_{dl}\ell}{tq\lambda_{dl}\ell}-1-\frac{\ell P}{k_{2dl}}\right)-$$
$$-\left(\frac{\lambda_{dl}\ell}{\sin\lambda_{dl}\ell}-1\right)^2=0 \qquad (5)$$

Под критической силой при длительном действии нагрузки понимается минимальная сила, вызывающая неограниченное развитие прогибов с постоянной скоростью [2].

Уравнение (5) выведено для стержня и опорных связей, выполненных из материалов, подчиняющихся законам наследственной теории старения.

В случае если стержень и опорные связи изготовлены из материалов, подчиняющихся законам теории упругой наследственности (ТУН), перемещения определяются по формуле

$$y(z,t)=\frac{f_0}{r_1-(1+c)}\left[r_1\sin\frac{\pi z}{\ell}+\pi(1+c)A(z)\right]+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{B(z,\omega_n)}{D(\omega_n)}e^{-\gamma\frac{\omega_n^2-(1+c)}{\omega_n^2-1}(t-\tau_1)} \qquad (6)$$

Формулы (5) и (6) являются достаточно общими. Уравнение (5) позволяет разыскивать критические силы для стержней, выполненных для материалов как стареющих, так и не стареющих. Эти формулы позволяют определять критические силы и перемещения в случае, когда упругие характеристики и характеристики ползучести стержня и двух опорных связей различны. Возможно использование и в различных частных случаях, например: упругие характеристики и характеристики ползучести опорных связей одинаковы, но отличны от соответствующих характеристик стержня; все характеристики как двух опорных связей, так и стержня одинаковы и т.д.

Литература.

1. Калинина Т.А. Определение критических сил и перемещений для сжатых гибкий стержней со связями, обладающими ползучестью//Зб. наук. праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди».- Рівне: РДТУ, 1999.- с. 132-135.

2. Орлов А.Н. Решение задачи о напряженно-деформированном состоянии сжато-изогнутого стержня на основе линейной теории ползучести//Строительные конструкции. - Киев: Будівельник, 1978.- с. 80-92.