

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОРОБЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ГРУНТОВОЙ СРЕДОЙ ПРИ ИХ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Гришин А.В., д.т.н., проф.

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры,
Украина*

Возможные типы рассматриваемой системы коробчатая конструкция – деформируемая среда показаны на рис. 1. В качестве материала конструкции может быть: металл, бетон, железобетон, каменная кладка; в качестве деформируемой среды: грунты, скальные породы. Система может быть неоднородной, например, слоистой и иметь различные включения. Она может испытывать сложные нагрузки: импульсное воздействие, гармонические нагрузки, резкие смены температур и нагрузки в виде заданного во времени ускорения. Учитываются такие реальные свойства материалов, как упругость, пластичность и вязкость.

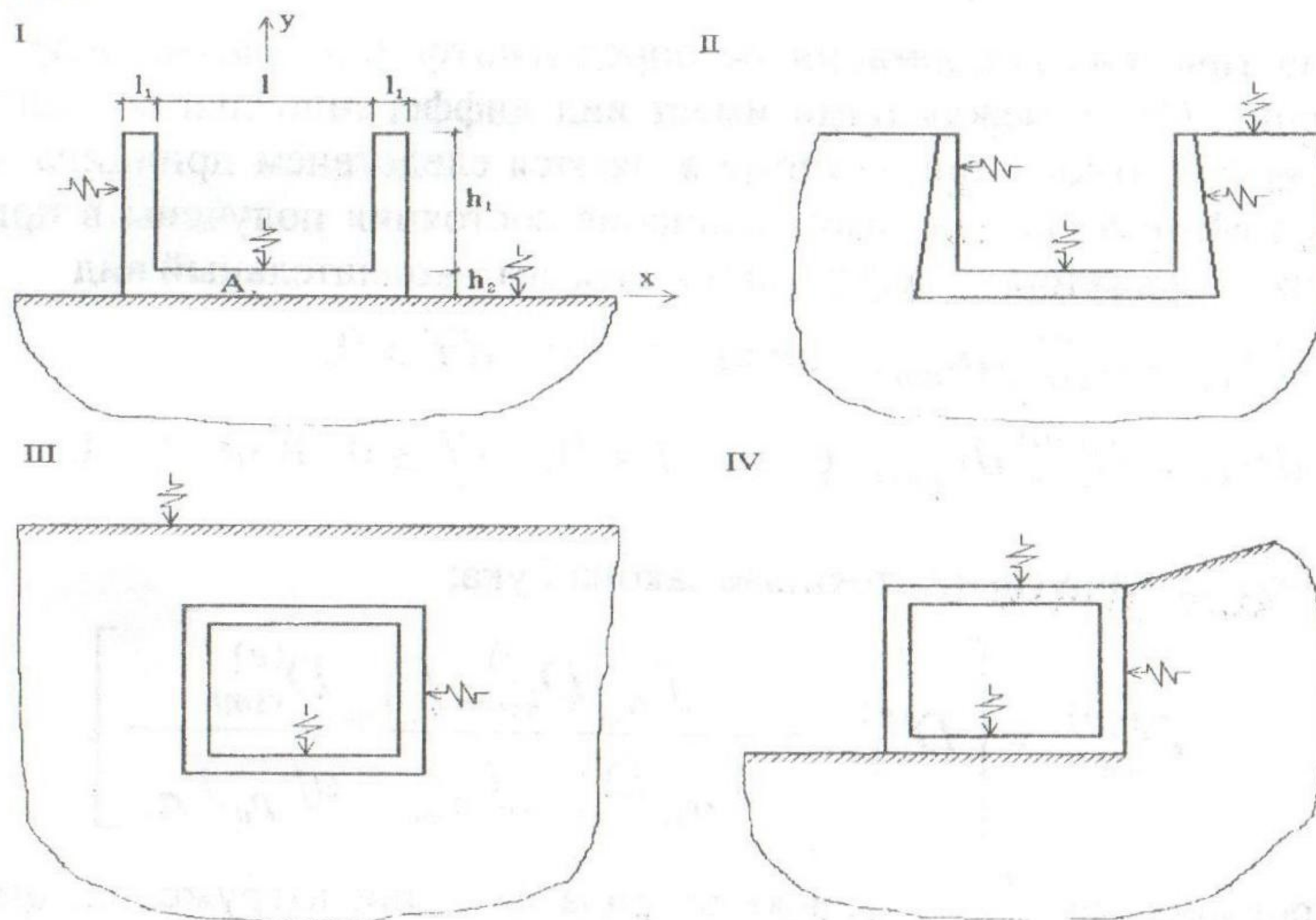


Рис. 1. Типы расчетных схем

Для численной реализации предложенной методики в системе Delphi был разработан программный комплекс, его возможности де-

монстрируются применительно к указанным в заголовке статьи системам.

Используется теория сложных сред, базирующаяся на законе течения с упрочнением [1]. Для различных материалов не существует единой функции нагружения, моделирующей с условиями упрочнений их нелинейные свойства, поэтому в программный комплекс заложено несколько видов этой функции с изотропным и кинематическим упрочнением. Например, условия Писаренко-Лебедева для металлов и сплавов [2], два условия Гениева для бетона, каменной кладки и железобетона [3], условия Кулона-Мора и Боткина для грунтовых и скальных сред [4,5,6].

Геометрические соотношения Коши между приращениями деформаций и перемещений использовались при малых удлинениях, сдвигах и углах поворота

$$de_{ks} = \frac{1}{2}(du_{k,s} + du_{s,k}). \quad (1)$$

Статические уравнения в момент времени t были получены на основании принципа виртуальной работы [7], который не зависит от соотношения напряжение – деформация

$$\int_{\Omega} [\delta \varepsilon]^T \sigma d\Omega + \int_{\Omega} [\delta u]^T (\rho \ddot{u} + c \dot{u} - P) d\Omega - \int_{\Gamma_1} [\delta u]^T q d\Gamma = 0. \quad (2)$$

Пластические деформации не определяются однозначно через напряжения. Связь между ними имеет вид дифференциальных неинтегрируемых соотношений, которые являются следствием принципа максимума Мизеса [1]. Поэтому уравнения состояния получены в приращениях напряжений и деформаций и имеют окончательный вид

$$\begin{aligned} d\sigma_{ks} &= D_{ksmn}^{(e)} d\varepsilon_{mn}, \quad \text{если } f = 0, \quad d'f > 0, \\ d\sigma_{ks} &= D_{ksmn}^{(ep)} d\varepsilon_{mn}, \quad \text{если } f = 0, \quad d'f \leq 0 \quad \text{или} \quad f < 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где: $D_{ksmn}^{(e)}$ – упругие постоянные закона Гука;

$$D_{ksmn}^{(ep)} = \left[D_{ksmn}^{(e)} - \frac{f_{,\sigma_{ks}} D_{ksmn}^{(e)} f_{,\sigma_{mn}} D_{ksmn}^{(e)}}{f_{,\sigma_{ks}} D_{ksmn}^{(e)} f_{,\sigma_{mn}} - \alpha f_{,\rho_{ll}} f_{,\sigma_{ll}}} \right].$$

Производные $f_{,\sigma_{ks}}$ зависят от вида функции нагружения, имеют громоздкий вид и здесь не приводятся.

При численном решении нелинейных динамических задач приходится реализовывать два основных этапа: во-первых производить дис-

кретизацию исходных уравнений как по времени, так и по области, занимаемой системой; во-вторых строить пошаговый итерационный процесс для определения искомого результата на заданном отрезке времен от 0 до T . При действии ударных и других типов нагрузки не удастся освободиться в исходных уравнениях от переменной времени t , как это делается в теории установившихся колебаний, а это увеличивает размерность задачи и требует дополнительных временных затрат при реализации решения. Для первой дискретизации заданный временной отрезок делится на N временных интервалов длиной Δt и в каждые дискретные моменты времени t_n строятся исходные уравнения. Для второй дискретизации внутренняя область системы разбивается на конечные, а по бесконечной границе основания на бесконечные изопараметрические элементы. Если массив ограничить конечной областью, как это часто делается при решении статических задач, то отраженные от ее границы волны могут исказить результаты решения.

После выполнения преобразований, связанных с дискретизацией, для моментов времени t было получено следующее матричное уравнение

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + K(d) = Q, \quad (4)$$

здесь: M – матрица которая была реализована в виде распределенных и сосредоточенных масс, C – матрица демпфированной системы, которая определяется из опытных данных или по гипотезе Релея

$$C = \alpha M + \beta K ;$$

$K(d)$ – матрица жесткости, зависящая от вектора узловых перемещений d .

Уравнение равновесия (15) выполняется только в дискретных точках $t_n (n = 1, 2, \dots, T)$. Изменения перемещений d , скоростей \dot{d} и ускорений \ddot{d} на временном интервале Δt влияет на точность и устойчивость решений в момент времени $t_n + \Delta t$. Если для определения \ddot{d}_{n+1} используется уравнение (4) в момент времени t_n , то получаем явную схему прямого метода интегрирования [8]. Если же это уравнение применяется в момент времени t_{n+1} , то реализуется неявная схема данного метода. Основным недостатком явных схем является их условная устойчивость, что приводит к увеличению числа временных шагов на заданном отрезке времени и соответственно увеличивает время счета. Неявные методы являются безусловно устойчивыми. Это

позволяет увеличивать длину временного интервала Δt , что существенно сокращает затраченное на решение время и результаты получаются более надежными.

Для определения приращения узловых перемещений Δd в упруго-пластических задачах строится дополнительный итерационный процесс, который вкладывается в пошаговую временную процедуру классического метода Ньюмарка. Затем строится цикл по i , который включает следующие этапы:

1. Вычисляется невязка в уравнении (4)

$$dQ^i = Q_{n+1} - M\ddot{d}_{n+1}^i - C\dot{d}_{n+1}^i - K(d_{n+1}^i).$$

2. Определяется эффективная матрица жесткости

$$\bar{K} = a_0 M + a_1 C + K(d_{n+1}^i),$$

где $a_0 = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}$, $a_1 = \frac{1}{\alpha\Delta t}$,

α, δ - параметры метода Ньюмарка.

3. Решается система уравнений и определяются приращения узловых перемещений

$$\bar{K}\Delta d^i = dQ^i.$$

4. Определяются исправленные значения искомых величин

$$d_{n+1}^{i+1} = d_{n+1}^i + \Delta d^i,$$

$$\ddot{d}_{n+1}^{i+1} = (d_{n+1}^{i+1} - d_{n+1}^i) / \alpha\Delta t,$$

$$\dot{d}_{n+1}^{i+1} = \dot{d}_{n+1}^i + \delta\Delta t\ddot{d}_{n+1}^{i+1}.$$

5. Проверяется условие сходимости

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\|\Delta d\|}{\|d + \Delta d\|}} \leq \varepsilon_0,$$

где ε_0 - заданная погрешность вычислений.

6. Если условие сходимости не выполняется, то осуществляется переход к пункту 1. В противном случае цикл заканчивается и для момента времени t_{n+1} принимается

$$d_{n+1} = d_{n+1}^{i+1}, \quad \dot{d}_{n+1} = \dot{d}_{n+1}^{i+1}, \quad \ddot{d}_{n+1} = \ddot{d}_{n+1}^{i+1}.$$

В программном комплексе реализованы явная, неявная и комбинированная схемы прямого метода интегрирования.

Рассмотрим применение предлагаемой выше методики на конкретном числовом примере для системы типа I, показанной на рис. 1. Пусть заданы размеры коробчатой конструкции $h_1 = 4$ м, $h_2 = 1$ м, $l_1 = 1$ м, $l = 6$ м, и ее характеристики: $E_k = 30000$ МПа, $\mu = 0,2$, $\sigma_p = 1,5$ МПа,

$\sigma_c = 15$ МПа. Для массива: $E = 30$ МПа, $\mu = 0,4$, $c = 0,03$ МПа, $\varphi = 25^\circ$. Импульсная распределенная нагрузка интенсивностью $q = 0,3$ МПа приложена вертикально к днищу коробчатой конструкции. Время ее действия 0,001 сек. Длина временного интервала $\Delta t = 0,02$ сек, количество интервалов 1020, т. е. заданный временной отрезок равен $T = 20,4$ сек. Параметры метода Ньюмарка $\alpha = 0,25$, $\delta = 0,5$. Использовался неявный метод интегрирования.

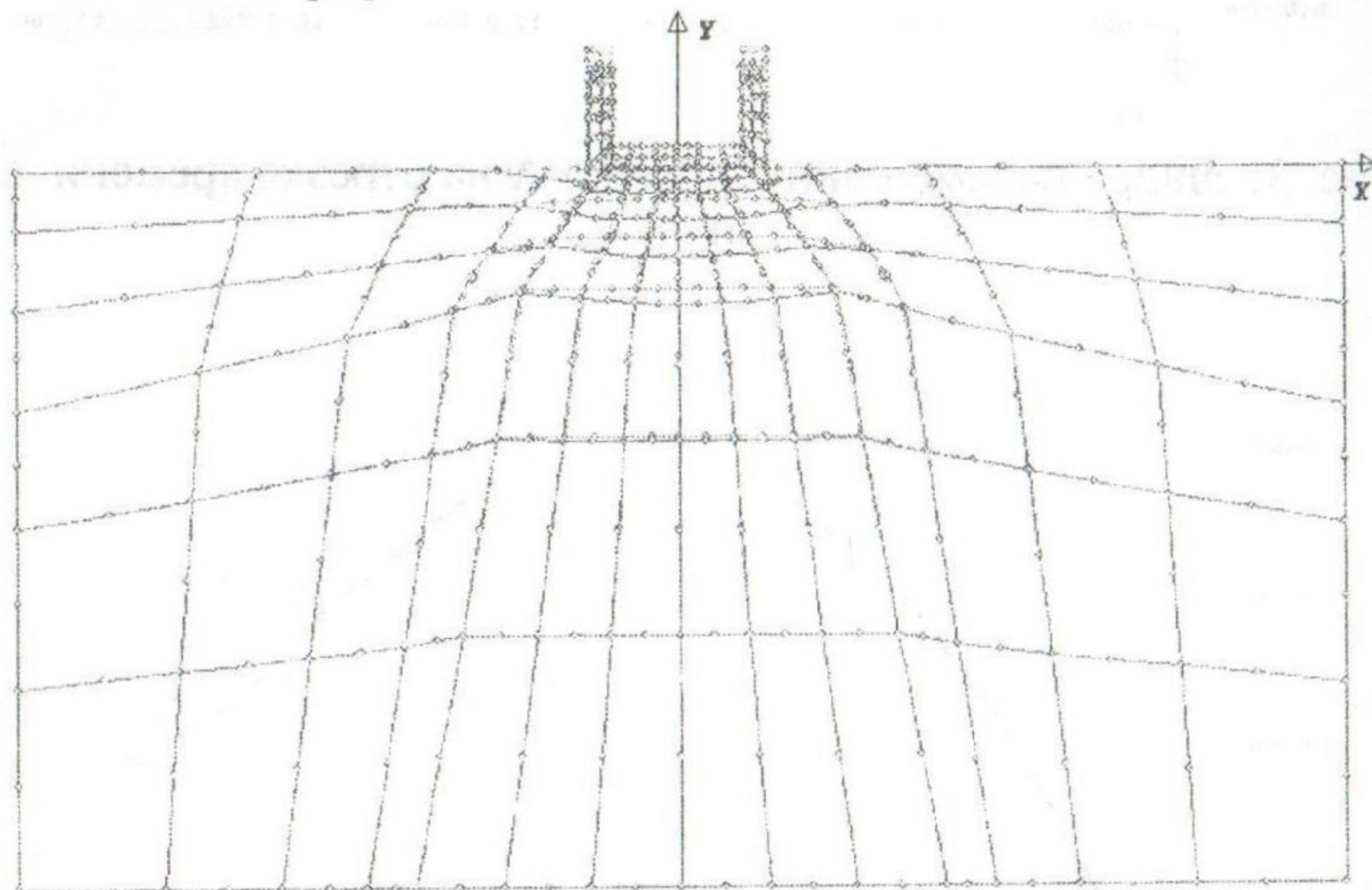


Рис. 2. Схема деформирования системы в момент времени $t = 3,6$ сек.

На рис. 2 изображена общая схема деформирования системы в момент времени $t = 3,6$ сек.

На рис. 3 и 4 показаны эпюры изменения перемещений u_x и u_y точки А (смотри рис. 1) на всем отрезке времени от 0 до 20,4 сек. Колебания точки А происходят не относительно координатных осей, а относительно смещенных линий, что особенно видно, если увеличить временной отрезок T . Это вызвано тем, что при ударе в нижних волокнах центральной части днища конструкции в бетоне образовалась пластическая зона, которая привела к остаточным перемещениям. В грунто-

вом массиве вначале образовались пластические зоны под краями коробчатой конструкции и затем распространились в глубь массива. С распространением волнового процесса было видно как образовывались и исчезали пластические зоны в массиве и конструкции, т.е. происходили процессы волнового нагружения и разгрузки.

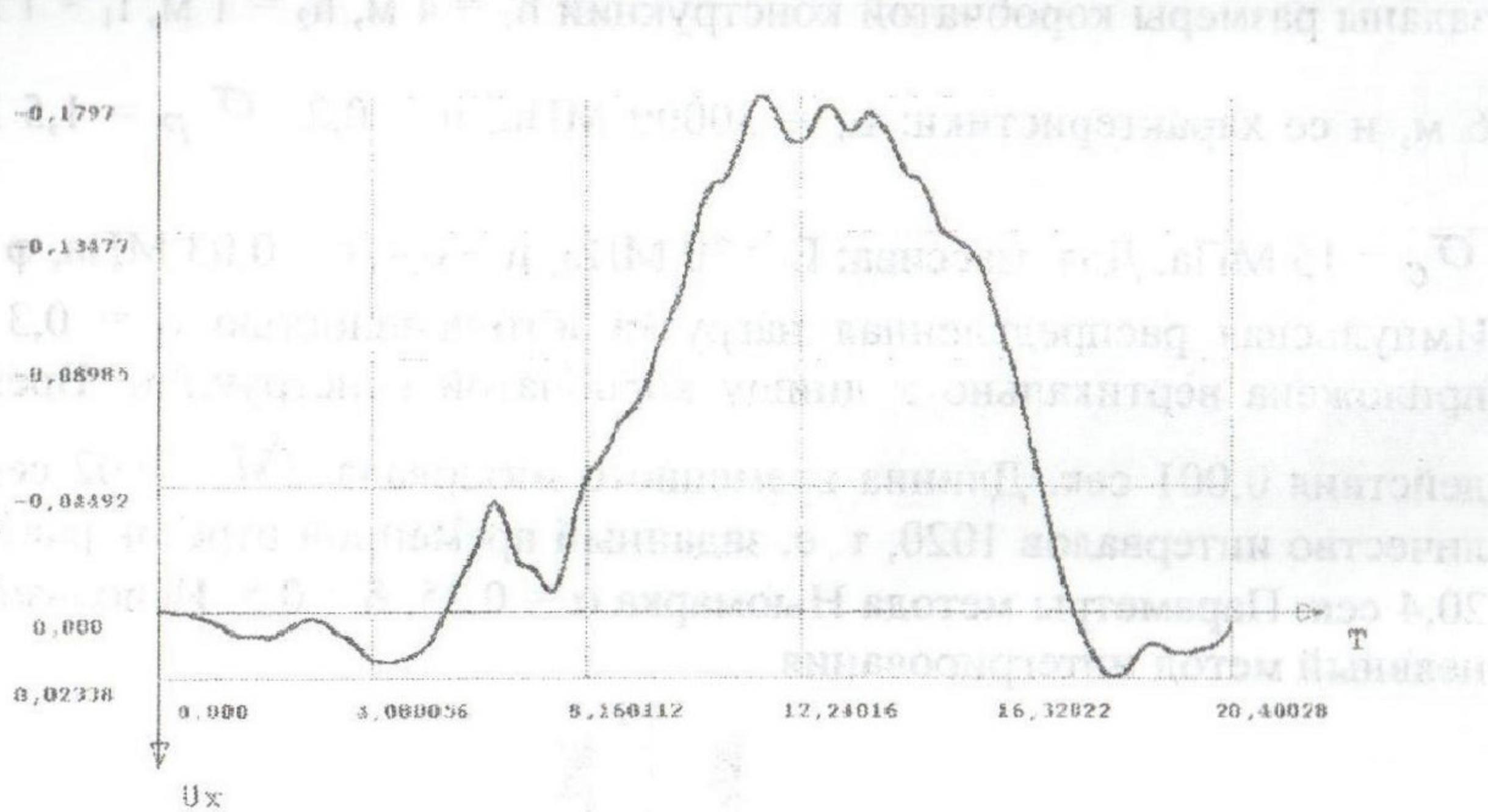


Рис. 3. Эпюра перемещений u_x точки А на отрезке времени от 0 до 20,4сек.

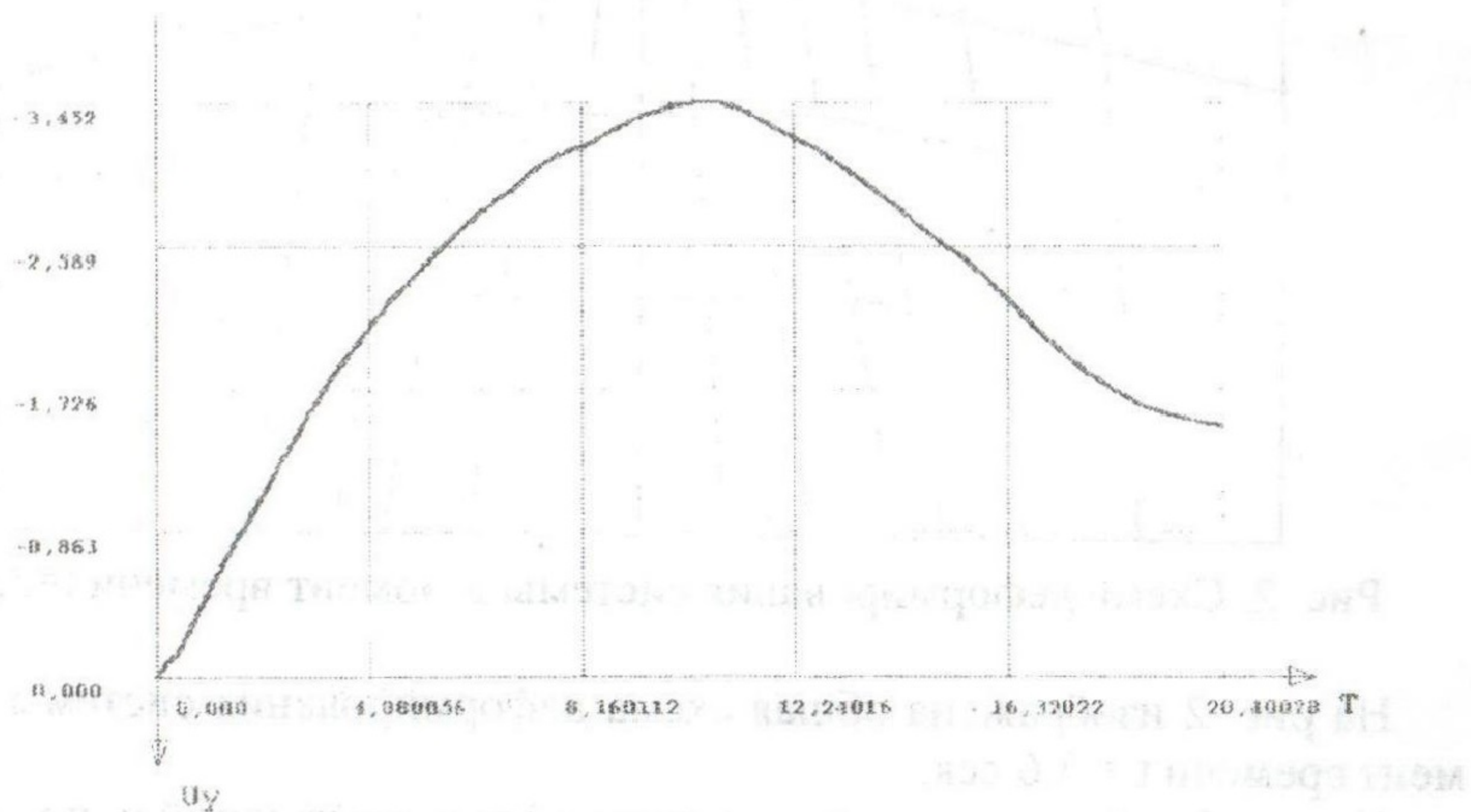


Рис. 4. Эпюра перемещений u_y точки А на отрезке времени от 0 до 20,4сек

На рис. 5, 6, 7 показаны эпюры колебаний напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} в точке А на заданном отрезке времени. Наибольшие

напряжения возникали сразу же после удара, а затем происходило их колебание относительно некоторых линий, смещенных от осей координат. Это в какой-то мере было вызвано образованием остаточных напряжений в пластических зонах конструкции.

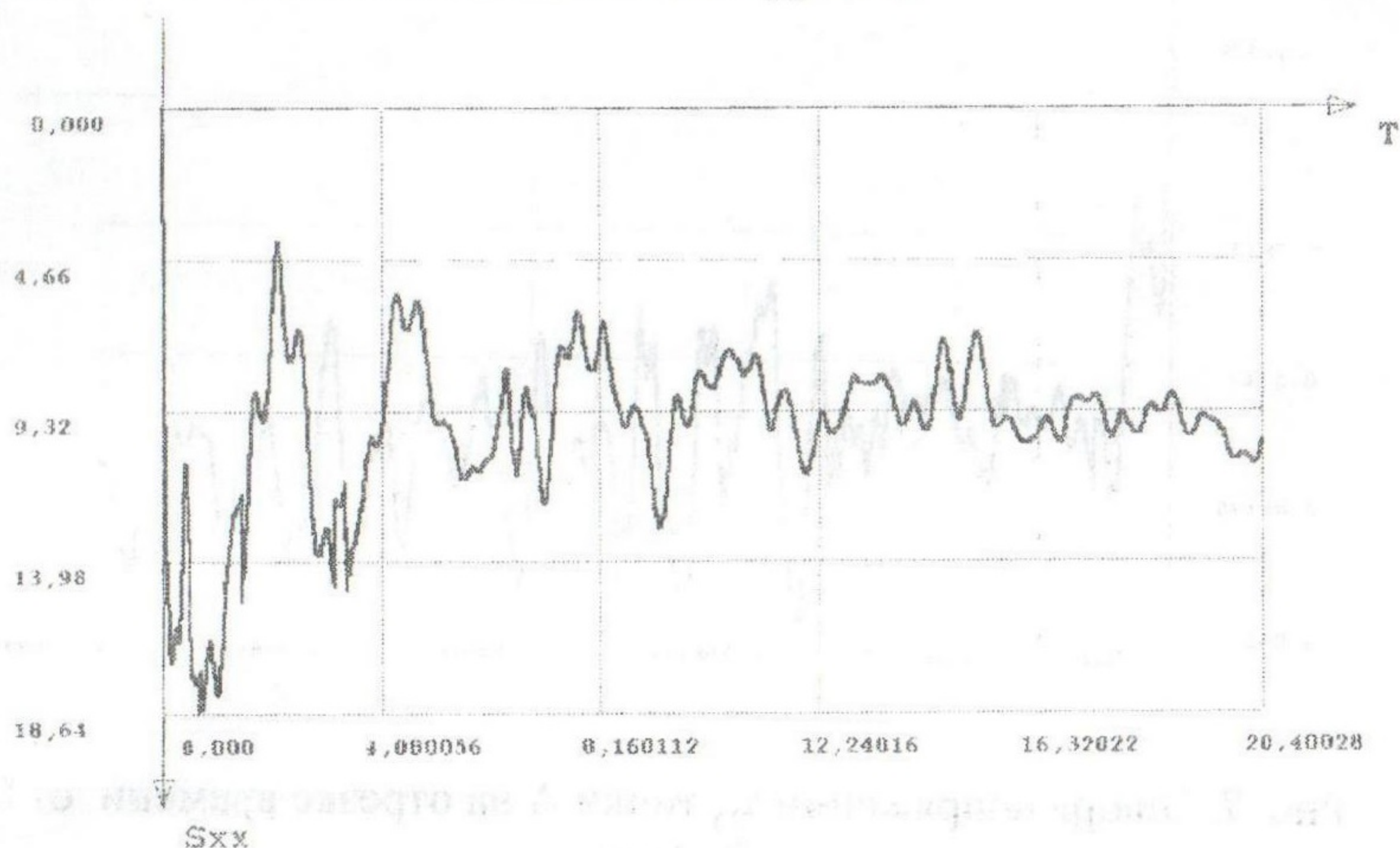


Рис. 5. Эпюра напряжений σ_x точки А на отрезке времени от 0 до 20,4сек.

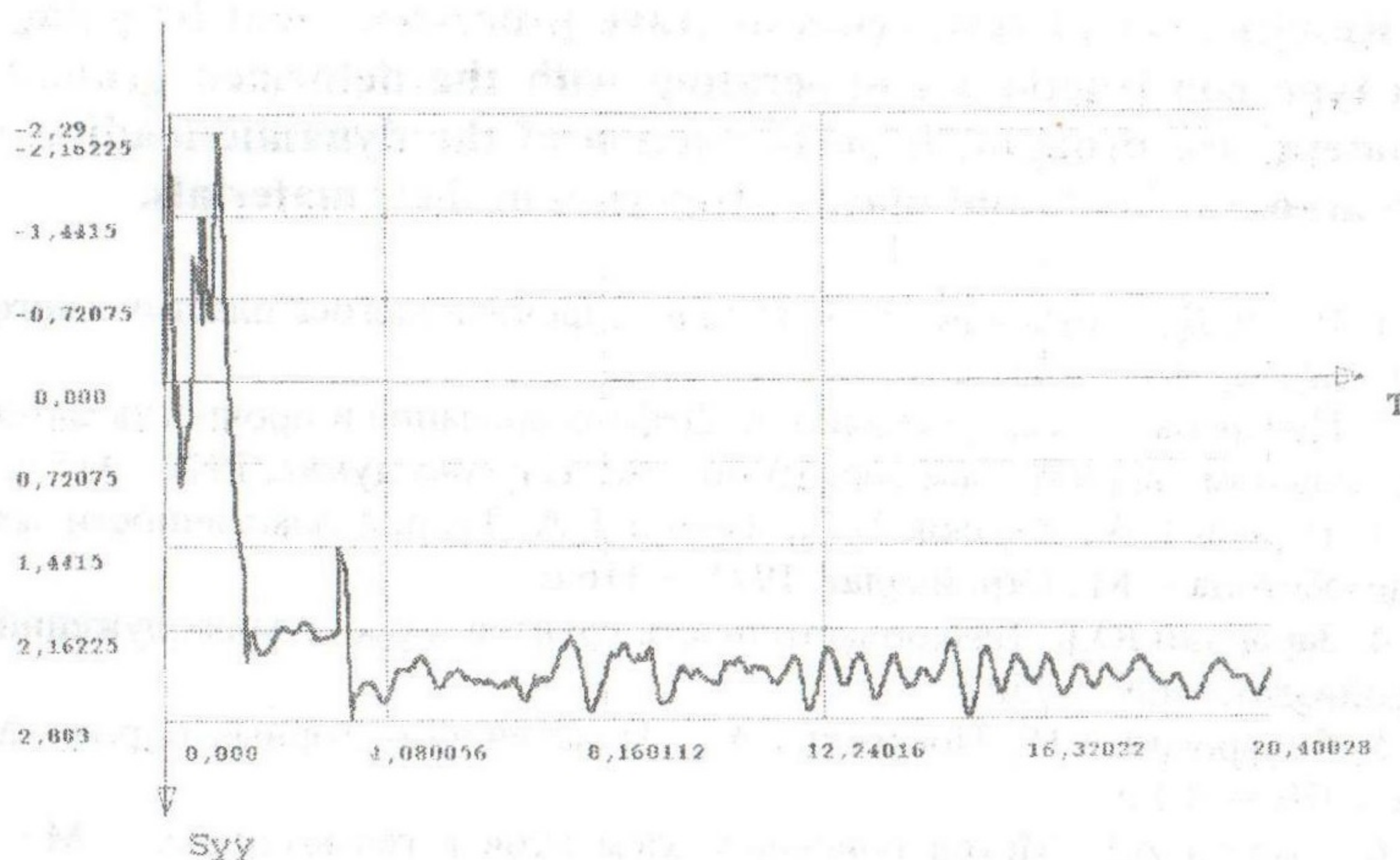


Рис. 6. Эпюра напряжений σ_y точки А на отрезке времени от 0 до 20,4сек.

Выводы

Разработанная методика и программный комплекс позволяют производить расчеты различных конструкций, взаимодействующих с дефо-

рмируемой грунтовой средой, от действия динамических нагрузок с учетом таких реальных свойств их материалов, как упругость, вязкость и пластичность.

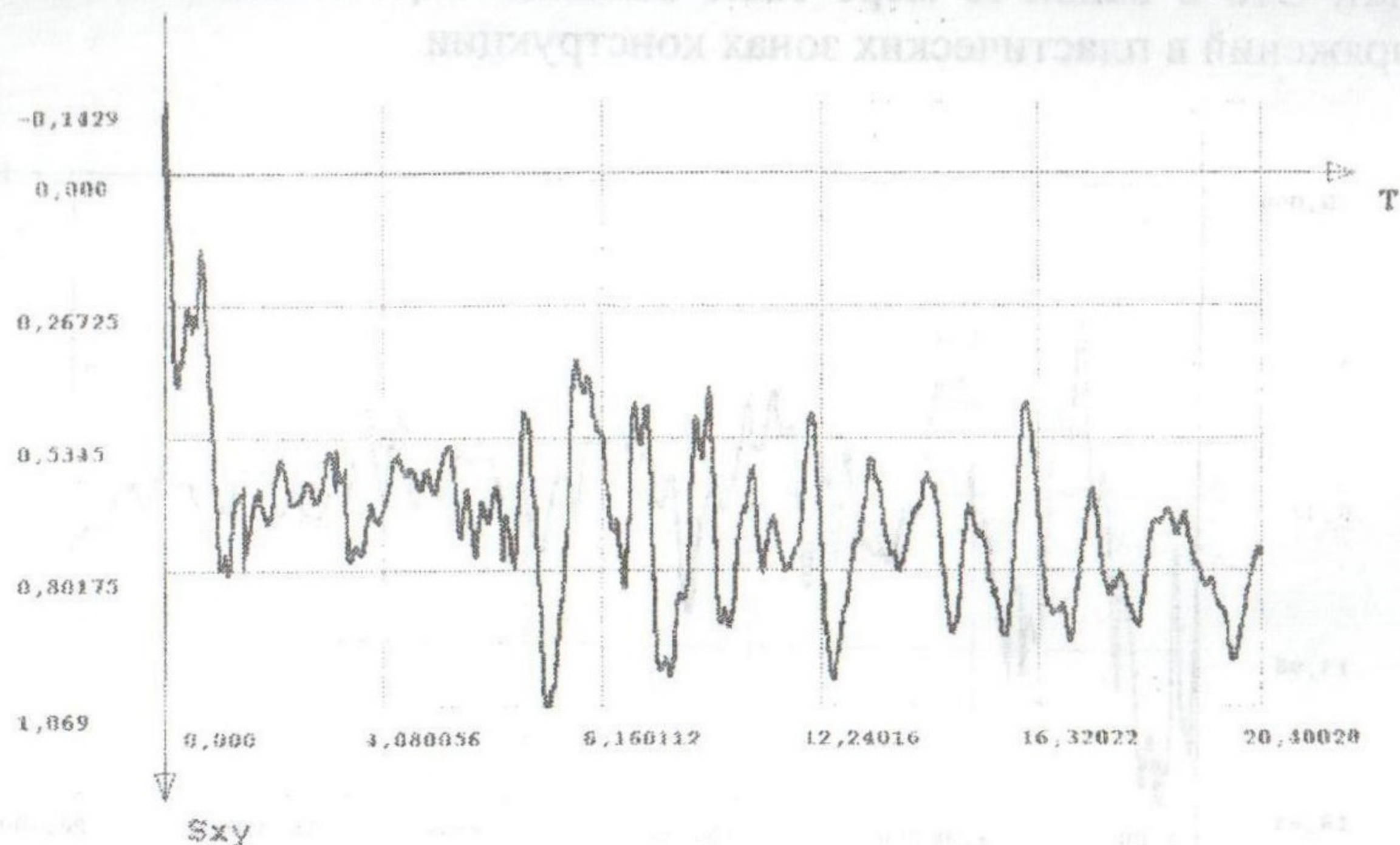


Рис. 7. Эпюра напряжений τ_{xy} точки А на отрезке времени от 0 до 20,4сек.

Summary

Results over of researches of wave processes, what be going on in box-type constructions co-operating with the deformed ground environment, are brought, from the action of the dynamic loading taking into account elastic and plastic properties of their materials.

1. Ивлев Д.Д., Быковцев Г.И. Теория упрочняющегося пластического тела. – М.: Наука, 1971. – 231 с.
2. Писаренко Г. С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – К.: Наукова думка, 1976.- 415 с.
3. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.
4. Зарецкий Ю.К. Вязкопластичность грунтов и расчеты сооружений. – М.: Стройиздат, 1988. – 350 с.
5. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Пластичность горных пород. –М.: Недра, 1979. – 301 с.
6. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
7. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
8. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Сторойиздат, 1982. – 447 с.