

ГАРМОНІЗАЦІЯ ПОЛІНОМОМА 5-ГО СТУПЕНЯ ДЛЯ ОПИСУ ДІАГРАМ «НАПРУЖЕННЯ – ДЕФОРМАЦІЇ» БЕТОНУ

Погрібний В.В., к.т.н., с.н.с.,
Довженко О.О., к.т.н., професор,
Шостак І.В., аспірант
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка
O_O_Dovzhenko@mail.ru

Анотація. Проаналізовано стан питання опису діаграм «напруження – деформації» бетону різними функціональними залежностями. Запропоновано застосування екстремального критерію енергії стиснення для визначення граничного рівня деформацій бетону. Проведена гармонізація полінома 5-го ступеня, яка дозволила суттєво наблизити його до експериментальних діаграм для бетонів різних класів міцності. Виконано порівняльний аналіз параметрів діаграм у вигляді дробово-раціональної функції та гармонізованого полінома. Запропоновано використання гармонізованого полінома у розрахунках несучої здатності залізобетонних елементів за нормальними перерізами.

Ключеві слова: діаграма «напруження – деформації» бетону, гранична деформація, екстремальний критерій.

ГАРМОНИЗАЦИЯ ПОЛИНОМОМА 5-ОЙ СТЕПЕНИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДИАГРАММ «НАПРЯЖЕНИЯ – ДЕФОРМАЦИИ» БЕТОНА

Погребной В.В., к.т.н., с.н.с.,
Довженко О.А., к.т.н., профессор,
Шостак И.В., аспирант
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка
O_O_Dovzhenko@mail.ru

Аннотация. Проанализировано состояния вопроса описания диаграмм «напряжения – деформации» бетона разными функциональными зависимостями. Предложено использование экстремального критерия энергии сжатия для определения граничного уровня деформации бетона. Проведена гармонизация полинома 5-ой степени, которая позволила существенно приблизить его к опытным диаграммам для бетонов разных классов прочности. Выполнен сравнительный анализ параметров диаграмм в виде дробно-рациональной функции и гармонизированного полинома. Предложено использовать гармонизированный полином для расчета несущей способности железобетонных элементов по нормальным сечениям.

Ключевые слова: диаграмма «напряжения – деформации» бетона, граничная деформация, экстремальный критерий.

HARMONIZATION OF THE 5-TH DEGREE POLYNOMIAL TO DESCRIBE THE CONCRETE «STRESS – STRAIN» DIAGRAM

Pohribnyi V.V., PhD, senior researcher,
Dovzhenko O.O., PhD, Professor,
Shostak I.V., post-graduate
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University
O_O_Dovzhenko@mail.ru

Abstract. Recently, to assess the bearing capacity of bending concrete elements the nonlinear deformation model is widely used which more accurately reflects their behavior at the stage of destruction. With its implementation in the calculations, the decisive role is played by concrete «stress - strain» correlation, which mathematical expression is paid special attention by scientists. For modeling compressed concrete diagrams, it is necessary such a function, that would completely correspond to physical and mechanical properties of the material and would be easy to record and to use. The article has analyzed the issue of describing the concrete «stress - strain» diagrams by means of different functional dependencies.

The unsolved issue of the common problem is the fact that applying the most accurate fractional rational function, square area and the static moment of stress strain diagram which values are necessary to determine the compressed zone force and the place of resultant stresses application are determined by means of numerical methods. Application of the extreme compression energy criterion to determine the maximum level of concrete strain and to limit diagrams of its macrodestruction beginning is suggested. Harmonization of polynomial 5th degree with its coefficients specification has been performed and permitted the polynomial approaching much closer to the experimental deformation diagrams of different classes concrete.

Equations are used in specific locations of deformation diagram, namely at its top and at the extreme levels of strain. The comparative analysis of the diagrams parameters as a fractional rational functions and the harmonized polynomial is performed. The conclusion has been made on the feasibility of using harmonized polynomial to calculate the bearing capacity of concrete elements for normal sections.

Keywords: concrete «stress - strain» diagram, limiting deformation, extreme criterion.

Вступ. Останнім часом для оцінювання несучої здатності згинальних залізобетонних елементів широкого розповсюдження набула нелінійна деформаційна модель, яка більш точно відображає їх поведінку на стадії руйнування.

При її реалізації у розрахунках визначальну роль відіграє залежність «напруження σ_c – деформації ε_c » бетону, математичному виразу якої приділялася особлива увага вітчизняних та закордонних науковців.

Для моделювання діаграми стиснутого бетону необхідно використати таку функцію, котра повною мірою відображала б фізико-механічні властивості матеріалу та була проста у запису та використанні.

Аналіз останніх публікацій. Впровадженню у методики розрахунку реальних діаграм деформування бетону присвячено роботи [1–3], які за основу беруть експериментальний критерій руйнування. Зазвичай низхідну гілку виявляють при випробуваннях бетону на стиск з постійною швидкістю деформування, але слід відмітити що зі зміною значення швидкості змінюється обрис самої діаграми. За різних умов передачі та визначення величини навантаження на бетонний зразок діаграми деформування також мають суттєві розбіжності [4, 5].

М. Everard [6] запропонував описати нелінійність бетону функцією у вигляді синусоїди, О. В. Яшин [7] – тригонометричного ряду.

В роботах [5, 8] на основі експериментальних досліджень в якості залежності між напруженнями та деформаціями запропоновані сплайн-функції.

Аналогічно до них у нормах США [9] повна діаграма стану матеріалу описана 2-ма рівняннями і має лінійний характер на низхідній ділянці. Але як показала практика, застосування залежності у вигляді двох функцій не завжди дозволяє досягнути необхідної точності. Це звужує коло можливостей її використання, оскільки не враховуються всі визначальні параметри.

Залежність « $\sigma_c - \varepsilon_c$ », яка увійшла у Європейські норми [10], має вигляд дробово-раціональної функції, та знайшла чисельне підтвердження в експериментальних дослідженнях.

В [2] з метою уточнення апроксимації експериментальних діаграм деформування бетону стиснутої зони, запропоновано функцію полінома 5-го степеня [11, 12], котра набула широкого застосування в роботах [13, 14].

Нерозв'язана частина загальної проблеми полягає в тому, що при застосуванні для опису діаграм деформування найбільш наближеної до дослідів дробово-раціональної функції площа та статичний момент епюри напружень, значення котрих необхідні для визначення величини та місця прикладання рівнодіючої зусиль у стиснутій зоні, встановлюються чисельними методами.

Тому в нормах України [15] їх розробниками, наряду з дробово-раціональною функцією, для опису діаграми деформування прийнято поліном 5-го ступеня, котрий дозволяє досить просто визначити зазначені вище параметри нормального перерізу елементів. При цьому слід зазначити, що за наведеними в [15] значеннями коефіцієнтів полінома, вказані функції мають суттєві відмінності, насамперед для бетонів класів міцності С8/10, 12/15 та С45/55, С50/60.

Спроби гармонізувати поліном з метою наближення до дробово-раціональної функції виконані в ПолтНТУ [16, 17]. Роботи у цьому напрямку проводяться і в НУВГП (м. Рівне) [18].

Крім того, важливим є визначення межі, за досягнення якої ще можливий перерозподіл напружень у стиснутій зоні бетону без його макроструктуризації, тобто встановлення обґрунтованого обмеження діаграми за рівнем граничної деформації стиску.

Фактичні значення граничної деформації стиснутого бетону змінюються в досить широких межах (від 2 ‰ до 7,5 ‰) і залежать від фізико-механічних властивостей бетону, швидкості навантаження, виду напруженого стану, форми перерізу, наявності арматури, характеру армування і класу сталі та умов її роботи.

Метою роботи є гармонізація полінома 5-го ступеня для опису діаграм «напруження – деформації» бетону та встановлення рівня граничної деформації на основі використання екстремального критерію енергії стиснення.

Методика і результати дослідження. Для опису діаграм деформування бетону застосовується дробово-раціональна функція у вигляді:

$$\sigma_c = \frac{f_{cd}(K\eta - \eta^2)}{1 + (K - 2)\eta}, \quad (1)$$

де $K = 1,05E_{cd}\varepsilon_{c1,cd} / f_{cd}$, $\eta = \varepsilon_{cm} / \varepsilon_{c1,cd}$ (ці та наведені нижче позначення відповідають позначенням [15]).

Параметр K характеризує пружно-пластичні властивості бетону і пов'язаний з коефіцієнтами пружності ν та пластичності λ залежностями:

$$\nu = \frac{\varepsilon_{c,el}}{\varepsilon_{c1,cd}} = \frac{f_{cd}}{E_{cd}\varepsilon_{c1,cd}} = \frac{1,05}{K}, \quad (2)$$

$$\lambda = 1 - \nu = \varepsilon_{c,cd} / \varepsilon_{c1,cd} = (K - 1,05) / K. \quad (3)$$

Він дозволяє врахувати початковий модуль E_{cd} і деформації бетону $\varepsilon_{c1,cd}$ у точці максимальних напружень $\sigma_c = f_{cd}$ – вершині діаграми (першій характерній точці). Але для відображення залежності між напруженнями σ_c та деформаціями ε_c на низхідній ділянці діаграми деформування та встановлення межі початку макроструктуризації бетону необхідно знати рівень його граничної деформації ε_{cu1} . Слід зазначити, що під межею макроструктуризації розуміють такі значення ε_{cu1} та відповідних їм σ_{cu} , за яких перерозподіл напружень у стиснутій зоні стає неможливим і відбувається руйнування бетону.

Як показує аналіз питання щодо встановлення точки граничних деформацій на діаграмах механічного стану бетону у науковців відсутня єдина думка [8, 11, 17, 19 – 21).

Пропонуються різні підходи до визначення ε_{cu1} , а її значення і відповідний рівень напружень коливаються у досить широких межах. Так в [11] напруження на початку межі деструктуризації прийняті такими, що дорівнюють $0,85f_{cd}$, а в [15] наведені номінальні граничні значення ε_{cu1} за даними експериментальних досліджень. При цьому слід зазначити, що в разі призначення постійного рівня напружень не враховується суттєва зміна пружно-пластичних властивостей для різних класів міцності бетону, яка зафіксована в експериментальних дослідженнях, а при заданих значеннях граничної деформації ε_{cu1} напруження знаходяться в надто широкому інтервалі. Вказане обумовлює суттєві розбіжності при оцінюванні несучої здатності залізобетонних елементів у нормальних перерізах за деформаційною моделлю.

Враховуючи те, що енергія деформацій стиску $\sigma_c \varepsilon_c$ для можливого перерозподілу напружень повинна збільшуватися з кожною наступною ступеню навантаження для встановлення ε_{cu1} пропонується застосувати екстремальний критерій енергії стиску, а саме:

$$\sigma_{cu} \varepsilon_{cu} = \max(\sigma_c \varepsilon_c). \quad (4)$$

На висхідній ділянці залежності « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » добуток $\sigma_c \varepsilon_c$ збільшується на всьому інтервалі напружень і деформацій. На низхідній гілці зростання деформацій супроводжується зменшенням рівня напружень, котрий добігає до нуля. При цьому слід відмітити, що зниження напружень σ_c на ділянці, яка примикає до вершини діаграми з боку більших значень деформацій, відбувається повільно порівняно з іншими ділянками діаграми.

Таким чином, на низхідній гілці існує точка, при якій добуток $\sigma_c \varepsilon_c$ досягає максимуму, а деформації мають граничні значення.

Для встановлення цієї точки на діаграмі « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » бетону за базові прийняті наведені в чинних нормах [15] дробово-раціональна функція (1) та поліном 5-го ступеня:

$$\sigma_c = f_c \sum_{k=1}^5 a_k \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k. \quad (5)$$

Точка граничного рівня деформації є другою характерною точкою діаграми і визначається із умови рівності нулю похідної функції $\sigma_c \varepsilon_c$.

Проаналізовано змінення величини граничної деформації ε_{cu1} при постійному рівні напружень $\sigma_c = 0,85f_{cd}$, номінальних значень ε_{cu1} , прийнятих у [15], та результатів, одержаних за екстремальним критерієм з використанням умови $\sigma_{cu} \varepsilon_{cu} = \max(\sigma_c \varepsilon_c)$ для різних класів бетону. Для наочного порівняння рівня граничної деформації бетону $\eta_{cu1,cd}$ при різних класах міцності з застосуванням вказаних вище підходів та функцій у вигляді полінома 5-го ступеня та дробово-раціональної функції побудовані діаграми « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону низького класу C8/10 та підвищеної міцності C45/55 (рис. 1).

При використанні в якості функції опису діаграми деформування бетону полінома 5-го ступеня та застосуванні номінальних значень граничної деформації $\varepsilon_{cu1,cd}$ рівень напружень $\sigma_{cu,cd} / f_{cd}$ при підвищенні класу бетону з C8/10 до C50/60 змінюється від 0,497 до 1,331, а рівень граничної деформації $\eta_{cu1,cd}$ від 2,404 до 1,199 ($\varepsilon_{cu1,cd} = 3,75... 2,29 \%$). За умови $\sigma_{cu} \varepsilon_{cu} = \max(\sigma_c \varepsilon_c)$ рівень напружень складає $\sigma_{cu,cd} / f_{cd} = 0,854...0,91$, а рівень деформацій $\eta_{cu1,cd} = 1,87...1,256$ ($\varepsilon_{cu1,cd} = 2,918...2,348 \%$).

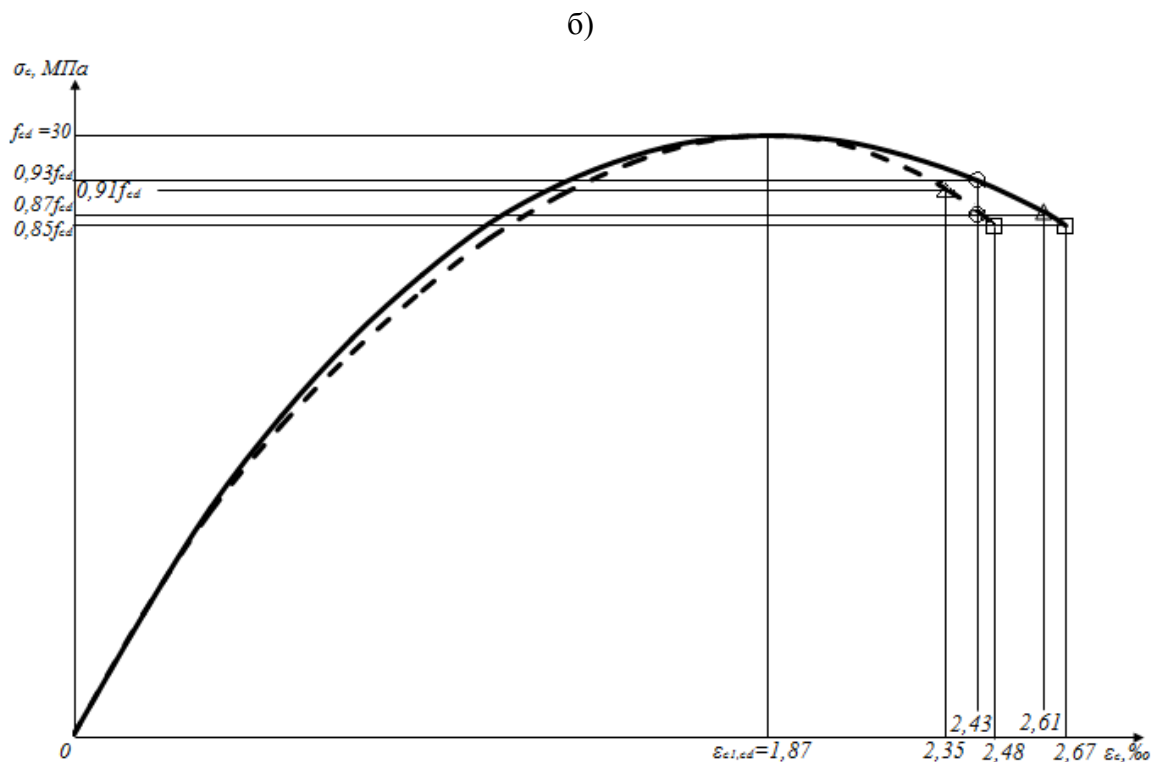
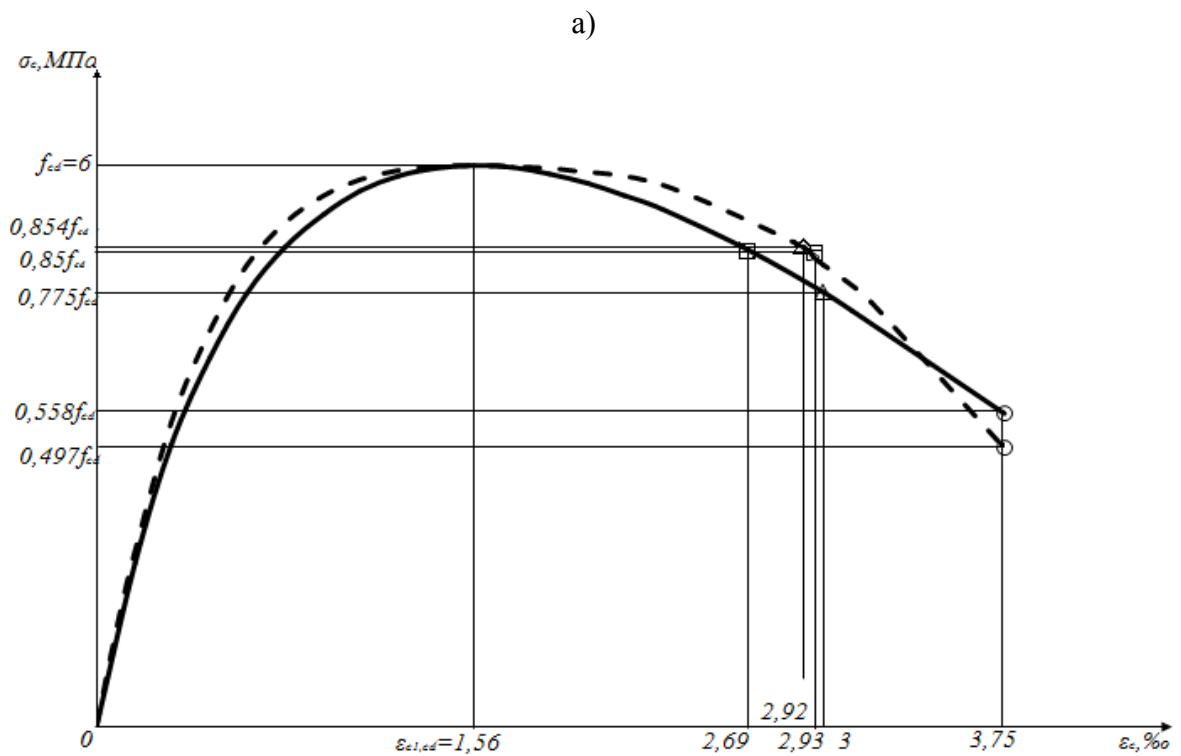


Рис. 1. Діаграми «напруження – деформації» бетону при класі міцності C8/10 (а) та C45/55 (б):

————— – дробово-раціональна функція;

----- – поліном 5-го ступеня;

○ – номінальні значення за [15]; □ – при $\sigma_c = 0,85f_{cd}$; △ – за умови $\sigma_{cu}\epsilon_{cu} = \max(\sigma_c\epsilon_c)$

При постійному рівні напружень $\sigma_{cu,cd} / f_{cd} = 0,85$ рівень деформацій знаходиться в інтервалі $\eta_{cu1,cd} = 1,88...1,328$ (2,933...2,483 ‰).

В разі застосування дробово-раціональної функції для опису діаграми механічного стану за номінальними значеннями $\varepsilon_{cu1,cd}$ рівень напружень $\sigma_{cu,cd} / f_{cd}$ змінюється від 0,558 до 0,963. При застосуванні екстремального критерію максимуму енергії деформації $\sigma_{cu,cd} / f_{cd} = 0,775 \dots 0,882$, $\eta_{cu1,cd} = 1,921 \dots 1,358$ ($\varepsilon_{cu1,cd} = 2,997 \dots 2,594$ ‰). За умови $\sigma_{cu,cd} / f_{cd} = 0,85$ граничні деформації $\varepsilon_{cu1,cd}$ практично не змінюються (2,687...2,592 ‰).

Для проведення гармонізації з визначенням 5-ти коефіцієнтів полінома пропонується використовувати рівняння, котрі зв'язують параметри діаграми в її характерних точках, а саме у її вершині та точці, яка відповідає рівню граничної деформації ε_{cu1} .

Система для визначення коефіцієнтів полінома (2) включає такі рівняння: у першій зазначеній вище точці – $\sum_{k=1}^5 a_k = 1$, похідна функції $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$ дорівнює нулю

$\sum_{k=1}^5 k a_k = 0$; у другій точці – напруження та деформації відповідають значенням дробово-

раціональної функції (1), похідна функції $\sigma_c \varepsilon_c$ визначається як $\sum_{k=1}^5 (k+1) a_k \eta^k = 0$, площа

епюри напружень дорівнює площі, окресленій дробово-раціональною функцією або в якості параметра порівняння виступає відстань між рівнодіючою зусиль в стиснутій зоні до стиснутої грані.

Висновки:

1. Для визначення рівня граничної деформації бетону та встановлення точки початку макроструктуризації на діаграмах «напруження – деформація» пропонується застосовуватися екстремальний критерій енергії стиснення.

2. Проведена гармонізація полінома 5-го ступеня дозволила суттєво наблизити полином до дробово-раціональної функції, котра має численне експериментальне підтвердження. Так порівняльний аналіз параметрів діаграм, отриманих на основі дробово-раціональної функції та гармонізованого полінома вказує на їх добру збіжність.

3. Враховуючи переваги встановлення характеристик діаграм деформування та відповідних їм параметрів нормального перерізу гармонізований поліном рекомендується до застосування при розрахунках згинальних залізобетонних елементів за несучою здатністю у нормальних перерізах.

Література

1. Бабич В.І. Розрахунок залізобетонних елементів і їх перерізів деформаційним методом / В.І. Бабич, Д.В. Кочкар'юв, В.В. Різак // Бетон и железобетон в Украине. – 2004. – №2. – С. 2-7.

2. Бамбура А.Н. Развитие методов оценки напряженно-деформированного состояния несущей способности железобетонных конструкций на основе реальных диаграмм деформирования материалов / А.Н. Бамбура // Научно-практичні проблеми сучасного залізобетону: збірник тез першої Всеукраїнської науково-технічної конференції. – К., 1996. – С. 36-39.

3. Дорофеев В.С. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона / В.С. Дорофеев, В.Ю. Барданов // Одесса: ОГАСА, 2003. – 210 с.

4. Азизов Т.Н. Способ определения граничных деформаций бетона на нисходящей ветви / Т.Н. Азизов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2008. – Вип. 16. Ч. 2. – С. 3-7.

5. Роговой С.И. Методология расчета прочности нормальных сечений бетонных и железобетонных конструкций (на основе деформационной расчетной модели). Дис. ... д-ра техн. наук за спец. 05.23.01 / С.И. Роговий. – Полтава, 2005. – 371 с.

6. Everard M. Ultimate strength design service – ability a unified method fun reinforced concrete bridge design / M. Everard // ACI Journal. Pub. SP – 23, April, 1967. – P. 10-19.
7. Яшин А. В. Некоторые данные о деформациях и структурных изменениях бетона при осевом сжатии / А. В. Яшин // Новое о прочности железобетона; Под ред. К.В. Михайлова. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 17-30.
8. Вахненко П.Ф. Про особливості деформування неармованого та армованого бетону / П.Ф. Вахненко, В.М. Кондель // Проблеми теорії та практики залізобетону: збірник наукових статей. – Полтава, 1997. – С. 77-80.
9. ACI 318 M – 08 Metric Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. – ACI, 2008. – 473 p.
10. EN 1992-1: (Final draft, October 2001). Eurocode 2 : Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.
11. Байков В.Н. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей / В.Н. Байков, С.В. Горбатов, З.А. Димитров // Изв. Вузов. Строительство и архитектура. – 1977. – № 6. – С. 15-19.
12. Бамбура А. Н. Расчет железобетонных статически неопределимых систем с учетом реальных диаграмм деформирования бетона и арматуры / А.Н. Бамбура // Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций, и их внедрение в строительную практику: тез. докл. респ. науч.-техн. конф. – Часть 1. – Полтава.– 1989. – С. 3.
13. Бабич Є.Є. Розрахунок міцності залізобетонних позациентрово стиснутих елементів на основі деформаційної моделі / Є.Є. Бабич, О.О. Заречанський // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2003. – Вип. 9. – С. 140-146.
14. Бамбура А. Н. Экспериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук за спец. 05.23.01 / А. Н. Бамбура // ХДТУБА. – Харків, 2006. – 39 с.
15. Конструкції будівель та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. ДБН В.2.6-98:2009 / Міністерство регіонального розвитку та будівництва України. – К.: Мінрегіоналбуд України, 2011. – 71 с.
16. Павліков А.М. Гармонізація залежностей напруження-деформації, застосовуваних ДБН В.2.6.-98:2009 / А.М. Павліков, П.А. Юрко // Будівельні конструкції: збірник наукових праць. – К.: НДІБК, – 2013. – Вип. 78(10). – С. 104-108.
17. Юрко П.А. Міцність нормальних перерізів стиснутих залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі. Автореф. дис. ... канд. техн. наук за спец. 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / П.Ю. Юрко // ПолтНТУ. – Полтава, 2016 – 23 с.
18. Бабич Є.М., Бабич В.Є., Савицький В.В., Гомон П.С. Розрахунок нормальних перерізів залізобетонних балок з одиничним армуванням / Ресурсоекономні матеріали, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. – Рівне, 2013. – Вип. 25. – С. 205-211.
19. Павліков А.М. Визначення розрахункових значень деформацій бетону стиснутої грані в залізобетонних згинальних елементах / А.М. Павліков // Будівельні конструкції: збірник наукових праць. – К.: НДІБК, 2005 – Вип. 62: в 2 т. – Т. 1. – С. 215-225.
20. Митрофанов В.П. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов / В. П. Митрофанов, С. И. Арцев // Проблеми теорії і практики залізобетону: зб. наук. статей, присвячений пам'яті проф. М.С. Торяника. – Полтава: ПДТУ імені Юрія Кондратюка, 1997. – С. 333-337.
21. Митрофанов В.П. Про граничну деформацію стиснутої грані бетону в нормальному перерізі залізобетонних елементів / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков, Б.П. Митрофанов, О.А. Шкурупій // Галузеве машинобудування, будівництво: Зб. Наук. праць ПолтНТУ. – Полтава: ПолтНТУ, 2004. – Вип. 14. – С. 95-102.

Стаття надійшла 12.12.2016