

**ВИКОРИСТАННЯ ДЕФОРМАЦІЙНО-СИЛОВОЇ МОДЕЛІ ПРИ РОЗРАХУНКУ
НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ БЕТОННИХ ТА ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА
ПЕРШОЮ ГРУПОЮ ГРАНИЧНИХ СТАНІВ**

Карпюк В.М., д.т.н., професор,
Костюк А.І., к.т.н., професор,
Сьоміна Ю.А., аспірант,
Даниленко Д.С., аспірант,
Одеська державна академія будівництва та архітектури
v.karpiuk@ukr.net

Анотація. Дана робота освітлює основні залежності, передумови та гіпотези розрахунку залізобетонних конструкцій за першою групою граничних станів, тобто при визначенні міцності нормальних перерізів вказаних елементів при їх згині, розтязі чи стиску на деформаційній основі. Зокрема автори достатньо детально приводять розрахункові вирази для визначення граничних зусиль плоскозигнутих залізобетонних елементів з подвійним або багаторядним армуванням, застосовуючи деформаційний метод, а також формули для знаходження граничних і критичних напружень та деформацій бетону і арматури конструкції. У висновках автори підтверджують доцільність використання деформаційного підходу до розрахунку міцності нормальних до поздовжньої осі перерізів залізобетонних елементів за першою групою граничних станів.

Ключові слова: напруження, деформації, залізобетонний елемент, несуча здатність, нормальний переріз, арматура.

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННО-СИЛОВОЙ МОДЕЛИ ПРИ РАСЧЁТЕ
НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО
ПЕРВОЙ ГРУППЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ**

Карпюк В.М., д.т.н., профессор,
Костюк А.И., к.т.н., профессор,
Сёмина Ю.А., аспирант,
Даниленко Д.С., аспирант,
Одесская государственная академия строительства и архитектуры
v.karpiuk@ukr.net

Аннотация. Данная работа освещает основные зависимости, предпосылки и гипотезы расчёта железобетонных конструкций по первой группе предельных состояний, то есть при определении прочности нормальных сечений указанных элементов при их изгибе, растяжении или сжатии на деформационной основе. В частности авторы детально приводят расчётные выражения для определения предельных усилий плоскоизогнутых железобетонных элементов с двойным или многорядным армированием, применяя деформационный метод, а также формулы для нахождения предельных и критических напряжений и деформаций бетона и арматуры. В выводах авторы подтверждают целесообразность использования деформационного подхода к расчёту прочности нормальных сечений железобетонных элементов по первой группе предельных состояний.

Ключевые слова: напряжения, деформации, железобетонный элемент, несущая способность, нормальное сечение, арматура.

USING OF DEFORMATION-STRENGTH MODEL AT CALCULATION OF NORMAL SECTIONS OF CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE ELEMENTS BY THE FIRST GROUP OF LIMITED STATES

Karpiuk V.M., Dr. Eng. Sc., professor,
Kostiuk A.I., PhD., professor,
Somina Yu.A., post-graduate student,
Danilenko D.S., post-graduate student,
Odessa State Academy of Building and Architecture
v.karpiuk@ukr.net

Abstract. This work spotlights the main dependences, conditions and hypotheses of reinforced concrete structures calculation by the first group of limited states, i. e. at determining the strength of the normal cross sections of these elements at their bending, tension or compression, based on deformation approach. Particularly, the authors give calculated expressions for determination of reinforced concrete elements ultimate forces at the flat bending with double or multi reinforcement using deformation method in sufficient detail and also authors give formulas for finding the limited and critical stresses and strain of concrete and reinforcement structure. As noted in the article, deformation of reinforcement in the ultimate stage can occur in three different schemes, which in turn affects on final value of cross section strength. Material is supplied with two figures that reflect change nature of strain in averaged cross section of reinforced concrete element and show the stress-strain state of reinforced concrete element with double reinforcement. As mentioned in conclusions, the application of strain approach to calculation of reinforced concrete structures bearing capacity uniquely gives more accurate and reasonable value of the specified characteristic by the means of clear and accurate understanding of deformation as concrete and reinforcement by the way of real stress-strain state materials diagrams using.

Keywords: stress, strain, reinforced concrete element, bearing capacity, normal section, reinforcement.

Вступ. Бетон та залізобетон є основними будівельними матеріалами для зведення будівель та споруд. Ще на початку ХХ століття почали формуватися основні напрямки розрахунку нормальних перерізів залізобетонних конструкцій. В сучасних умовах з розвитком числових методів вирішення задач теорії бетону та залізобетону широкого застосування набув метод розрахунку перерізів, нормальних до поздовжньої осі залізобетонних елементів з використанням нелінійної деформаційної моделі матеріалів конструкції.

Постановка проблеми. Для визначення напружено-деформованого стану та міцності бетонних та залізобетонних конструкцій в цілому, цілком доцільним є використання фактичних діаграм деформування бетону та арматури. Оскільки такий підхід до розрахунку нормальних перерізів вказаних елементів більш точно відображає роботу усієї конструкції взагалі.

Короткий аналіз останніх досліджень і публікацій. Вказаною тематикою займалась значна кількість вчених [1-11]. Певні положення щодо розрахунку нормальних перерізів за першою групою граничних станів на деформаційній основі закладені також й в нових, як закордонних так і вітчизняних нормативних документах [12, 13]. Але в даному матеріалі є потреба представлення ще однієї авторської інтерпретації методики розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних конструкцій за допомогою деформаційно-силової моделі.

Мета роботи – перевірити доцільність використання методів розрахунку нормальних перерізів бетонних та залізобетонних елементів за першою групою граничних станів на деформаційній основі.

Виклад основного матеріалу. В основу розрахунку міцності нормальних перерізів вказаних елементів за їх довільного згину, стиску чи розтягу покладені наступні гіпотези та передумови:

1. Розглядаються елементи та конструкції, в яких вплив поперечної сили на прогини є невеликим і в перерізах яких не виникає деформація кручення.

2. Дійсний напружено-деформований стан цих елементів описується відповідною діаграмою у вигляді неправильної дробово-раціональної функції [14].

3. В процесі деформування залізобетонних елементів для їх осереднених перерізів вважається справедливою гіпотеза плоских перерізів (рис. 1):

$$1/r = \varepsilon_c / x = \varepsilon_s / x_s = (\varepsilon_c - \varepsilon_s) / d = (\varepsilon_c - \varepsilon_s) / (x + x_s).$$

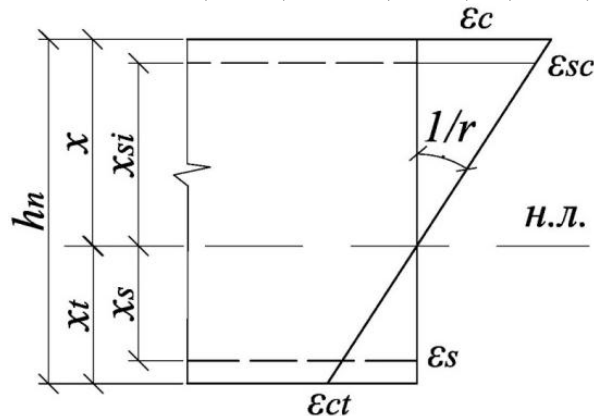


Рис. 1. Характер зміни деформацій в осередненому перерізі залізобетонного елемента

4. Несуча здатність (міцність) бетонного або залізобетонного елемента та опір його розрахункового перерізу діючим навантаженням вважаються вичерпаною при порушенні класичних умов граничної рівноваги $N \leq N_u$ та $M \leq M_u$.

5. Початковий модуль деформацій (початковий модуль пружності) бетону обчислюється за формулою:

$$E_{c0} = k_0 \cdot E_{cm} \quad (1)$$

при використанні вихідних табличних даних E_{c0} і k_0 .

6. Зв'язок між напруженнями та деформаціями стиснутого і розтягнутого бетону описується повними діаграмами його деформування у вигляді неправильних дробово-раціональних функцій:

$$\sigma_c = \frac{a \cdot \varepsilon_c - b_1 \cdot \varepsilon_c^2 / \varepsilon_{c1}}{1 + c_1 \cdot \varepsilon_c / f_{ck}} = \frac{a \cdot \varepsilon_c - b \cdot \varepsilon_c^2}{1 + c \cdot \varepsilon_c}, \quad (2)$$

де $a = E_{c0}$; $b = b_1 / \varepsilon_{c1} = f_{ck} / \varepsilon_{c1}^2$;

$$c = c_1 / f_{ck} = E_{c0} / f_{ck} - 2 / \varepsilon_{c1}. \quad (3)$$

З урахуванням (3) вираз (2) трансформується у формулу:

$$\sigma_c = \frac{E_{c0} \cdot \varepsilon_c - f_{ck} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left(\frac{E_{c0}}{f_{ck}} - \frac{2}{\varepsilon_{c1}} \right) \cdot \varepsilon_c} \quad (4)$$

$$\sigma_{ct} = \frac{E_{c0} \cdot \varepsilon_{ct} - f_{ctk} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)^2}{1 + \left(\frac{E_{c0}}{f_{ctk}} - \frac{2}{\varepsilon_{ct1}} \right) \cdot \varepsilon_{ct}} \quad (5)$$

7. Критичні деформації стиснутого і розтягнутого бетону при максимальних стискаючих і розтягуючих напруженнях визначаються за відповідними формулами:

$$\varepsilon_{c1} = k_{el} \cdot \varepsilon_{c1, el} + k_{pl} \cdot \varepsilon_{c1, pl} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{ct1} = k_{t, el} \cdot \varepsilon_{ct1, el} + k_{t, pl} \cdot \varepsilon_{ct1, pl}, \quad (7)$$

де k_{el} ($k_{t, el}$) і k_{pl} ($k_{t, pl}$) – коефіцієнти, що ураховують особливості роботи бетону в перерізі елемента та розвитку його пружних і пластичних деформацій. При «жорсткому» режимі навантаження ($d\varepsilon_c / dt = const = d\varepsilon_{ct} / dt$) $k_{el} = k_{t, el} = k_{pl} = k_{t, pl} = 1$ залежності (6), (7) перетворюються у вирази:

$$\varepsilon_{c1} = \frac{f_{ck}}{E_{cc}} + (140 - 0,7 \cdot f_{ck}) \cdot 10^{-5} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{ct1} = f_{ctk} / E_{co} + (3 - f_{ctk} / 3) \cdot 10^{-5}. \quad (9)$$

При стандартних умовах випробування за «м'якого» режиму навантаження ($d\sigma_c / dt = const = d\sigma_{ct} / dt$) критичні деформації ε_{c1} і ε_{ct1} рекомендується за [12] описувати рівняннями (8) і (9), прийнявши $k_{pl} = k_{t, pl} = 0,78$, а $k_{el} = k_{t, el} = 1,05$ для бетонів міцністю $f_{ck} \leq 40$ МПа і $f_{ctk} \leq 2,1$ МПа;

$k_{el} = k_{t, el} = 1,03$ для бетонів міцністю $40 \text{ МПа} < f_{ck} \leq 80 \text{ МПа}$ і $2,1 \text{ МПа} < f_{ctk} \leq 3,3 \text{ МПа}$;

$k_{el} = k_{t, el} = 1,0$ при $f_{ck} > 80 \text{ МПа}$ і $f_{ctk} > 3,3 \text{ МПа}$.

8. Граничні деформації крайових фібр стиснутого бетону ε_{cu} , залежних від напружено-деформованого стану елемента з прямокутним перерізом та параметрів його армування рекомендується визначати за допомогою загальної залежності:

$$\eta_{eu} = \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{c1} = 1 + 5^3 \cdot \alpha_s \cdot \frac{(k-1)}{(6-k)} \cdot \sum_{i=1}^n \rho_{li} \cdot \left(\frac{x_{si}}{x} \right)^2 + \beta_F \times$$

$$\times \left[\frac{\left(0,43 - 0,2(0,4 - m_h)^2 \right) \left(1 - m_h^{3/2} \right) \left(1 - m_h / k \right) \sqrt{(\ln k)^{\left(1 - m_h^{3/2} \right)}}}{1 + \left(\left(1/6 - 0,1m_h^2 \right) (k-2) \ln(6/k - 2(0,1 - m_h)) \right)^2} + \right. \quad (10)$$

$$\left. + \frac{\left(0,43 - 0,2(0,4 - m_b)^2 \right) \left(1 - m_b^{3/2} \right) \left(1 - m_b / k \right) \sqrt{(\ln k)^{\left(1 - m_b^{3/2} \right)}}}{1 + \left(\left(1/6 - 0,1m_b^2 \right) (k-2) \ln(6/k - 2(0,1 - m_b)) \right)^2} \right]$$

де m_h – параметр не однорідного деформування вздовж висоти перерізу h : $m_h = \varepsilon_{c0,h} / \varepsilon_{c2}$; $m_b = \varepsilon_{c0,b} / \varepsilon_{c2}$; $\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{cu}$, а $\varepsilon_{c0} = 0$;

η_{eu} – рівень граничних деформацій найбільш стиснутих фібр бетону $\eta_{eu} = \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{c1}$;

x_{si} – відстань від нейтральної лінії до центру ваги стиснутих стержнів при $\sigma_{si} < f_{yk}$. Якщо $\sigma_{si} \geq f_{yk}$, то $x_{si} = 0$;

$\rho_{li} = A_{si} / (b_n h_n)$ – коефіцієнт армування перерізу тими ж стержнями;

β_F – коефіцієнт, який залежить від виду напружено-деформованого стану елемента. Для стиснутих елементів $\beta_F = 1$;

k – коефіцієнт, який пов'язує між собою початковий модуль пружності бетону E_{co} з сичним модулем деформацій бетону $E_{c0} = f_{ck} / \varepsilon_{c1}$ за критичних напружень $\sigma_c < f_{ck}$, $k = E_{co} \cdot \varepsilon_{c1} / f_{ck}$;

α_s – відносне значення модуля пружності використаної арматури: $\alpha_s = E_s / 200000$.

При плоскому згині за $0 < m < 1$ при $\varepsilon_s < \varepsilon_{s0}$ залежність спрощується до виразу:

$$\eta_{eu} = 1 + 5^3 \cdot \alpha_s \cdot \frac{(k-1)}{(6-k)} \cdot \sum_{i=1}^n \rho_{li} \cdot \left(\frac{x_{si}}{x} \right)^2 +$$

$$+ 0,81 \cdot \frac{\left(0,43 - 0,2(0,4 - m)^2 \right) \left(1 - m^{3/2} \right) \left(1 - m / k \right) \sqrt{(\ln k)^{\left(1 - m^{3/2} \right)}}}{1 + \left(\left(1/6 - 0,1m^2 \right) (k-2) \ln(6/k - 2(0,1 - m)) \right)^2} \quad (11)$$

При текучості арматури за плоского згину при $m = 0, \varepsilon_s > \varepsilon_{s0}$

$$\eta_{\varepsilon_{cu}} = 1 + 0,322 \cdot \sqrt{\ln k} / [1 + ((k-2) / 6 \cdot \ln(6 / k - 0,2))^2]. \quad (12)$$

9. Граничні деформації розтягнутого бетону в момент появи нормальних тріщин визначаються при $\varepsilon_{ct0} = 0$ і $\sigma_{ct0} = 0$ за формулою:

$$\eta_{\varepsilon_{tu}} = 1 + \frac{0,642 \cdot \sqrt{(\ln k_t)^{1/4}}}{1 + \left(\frac{k_t - 2}{6} \cdot \ln \left(\frac{36}{k_t^2} - 0,2 \right) \right)^2}. \quad (13)$$

10. У граничному стані вплив розтягнутого бетону на несучу здатність залізобетонного елемента не ураховується.

11. Зв'язок між напруженнями та деформаціями арматури з фізичною межею текучості приймається у вигляді діаграм Прандтля або дволінійних діаграм.

12. За відсутності фізичної межі текучості діаграми деформування арматури описуються дволінійними залежностями або лінійно-параболічними функціями.

Для подвійно армованих (рис. 2) згинальних залізобетонних елементів або у випадку їх багаторядного армування рівняння рівноваги у граничній стадії будуть змінюватися, переважно, за рахунок перерозподілу зусиль в арматурних стержнях при нехтуванні роботою розтягнутого бетону.

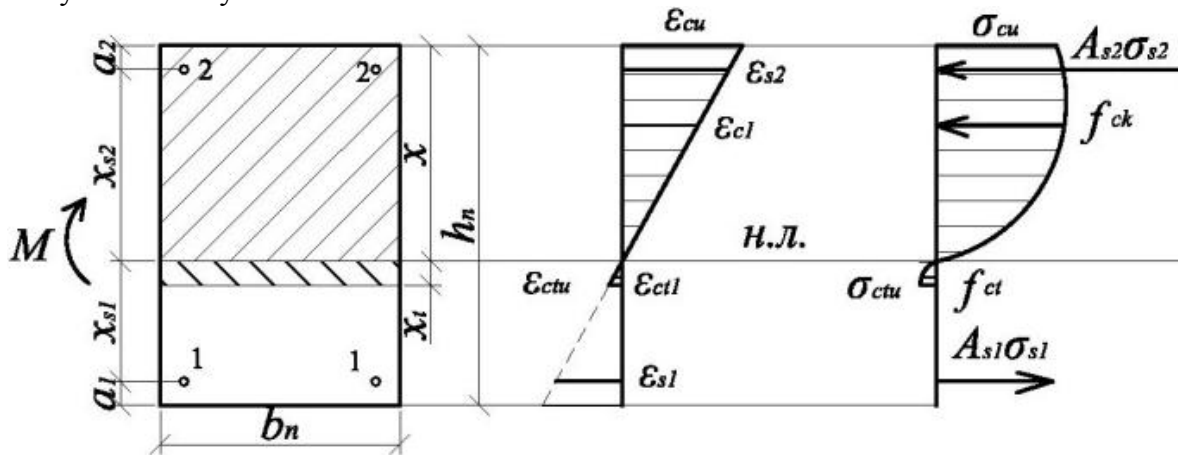


Рис. 2. Напружено-деформований стан залізобетонного елемента, що згинається, з подвійним армуванням

$$N_s = \frac{b_n \cdot E_s}{1/r} (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \sum_{i=1}^n \rho_{li} \cdot \varepsilon_{si} = \frac{b_n \cdot E_s}{1/\rho} (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \cdot \varepsilon_{s1} \cdot \rho_{II} \sum_{i=1}^n k_{\rho i} k_{si}, \quad (14)$$

$$M_s = \frac{h_n \cdot E_s}{(1/r)^2} (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \sum_{i=1}^n \rho_{li} \cdot \varepsilon_{si}^2 = \frac{b_n \cdot E_s}{(1/\rho)^2} (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \cdot \varepsilon_{s1}^2 \cdot \rho_{II} \sum_{i=1}^n k_{\rho i} k_{si}^2, \quad (15)$$

де ρ_{li} – коефіцієнт армування перерізу елемента окремими поздовжніми стержнями, $\rho_{li} = A_{si} / (b_n \cdot d)$;

ε_{si} – відносні деформації і-го арматурного стержня в перерізі елемента;

ε_{s1} – поточні деформації найбільш розтягнутого арматурного стержня;

k_{si} – коефіцієнт, що характеризує положення конкретного арматурного стержня в перерізі елемента по відношенню до найбільш розтягнутого, $k_{si} = x_{si} / x_{s1}$;

$k_{\rho i}$ – коефіцієнт приведення площі поперечного перерізу конкретного стержня до площі перерізу найбільш розтягнутого $k_{\rho i} = \rho_{li} / \rho_{II}$;

x_{s1} – відстань від нейтральної осі до найбільш розтягнутого арматурного стержня залізобетонного елемента.

Деформування арматури в граничній стадії, може відбуватися за трьома різними схемами:

- всі арматурні стержні залізобетонного елемента, що згинається, працюють пружно;
- найбільш напружені арматурні стержні працюють в пластичній стадії, а менш напружені – деформуються пружно;
- напруження в усіх арматурних стержнях досягають межі текучості.

У випадку пружного деформування всіх арматурних стержнів ($\varepsilon_{si} < \varepsilon_{s0}$) деформації найбільш розтягнутого з них слід обчислювати за виразом:

$$\varepsilon_{s1} = -\varepsilon_{cu} / 2 \pm \sqrt{(\varepsilon_{cu} / 2)^2 + \delta_c \cdot \alpha_c / \left(E_s \cdot \rho_{II} \sum_{i=1}^n k_{\rho i} \cdot k_{si} \right)}. \quad (16)$$

У такому випадку несуча здатність елемента визначається:

$$M_u = \frac{b_n}{(1/r)^2} (\delta_c \cdot \beta_c + E_s \cdot (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \cdot \varepsilon_{s1}^2 \cdot \rho_{II} \sum_{i=1}^n k_{\rho i} k_{si}^2). \quad (17)$$

Якщо текучість настає лише в частині арматурних стержнів ($\varepsilon_{s1} \dots \varepsilon_{sl} \geq \varepsilon_{s0}$), а в інших ($\varepsilon_{sm} \dots \varepsilon_{sn} < \varepsilon_{s0}$) ні, то загальне зусилля, яке сприймається арматурою залізобетонного елемента, можна обчислити за формулою:

$$\begin{aligned} N_s &= \frac{b_n}{1/r} E_s (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \left(\sum_{i=1}^l \rho_{li} \cdot \varepsilon_{s0} + \sum_{i=m}^n \rho_{li} \cdot \varepsilon_{si} \right) = \\ &= \frac{b_n}{1/r} E_s (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \cdot (\varepsilon_{s0} \cdot \rho_{II} \sum_{i=1}^l k_{\rho i} + \varepsilon_{s1} \cdot \rho_{II} \sum_{i=m}^n k_{\rho i} k_{si}) \end{aligned} \quad (18)$$

Деформації найбільш розтягнутого арматурного стержня можна знайти із рівняння:

$$\varepsilon_{s1}^2 + \varepsilon_{s1} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s0} \rho_{\rho 1}) + \varepsilon_{cu} \varepsilon_{s0} \rho_{\rho 1} - \delta_c \alpha_c / (E_s \rho_{\varphi}) = 0 \quad (19)$$

за допомогою виразу:

$$\varepsilon_{s1} = \frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s0} \rho_{\rho 1}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s0} \rho_{\rho 1}}{2} \right)^2 + \delta_c \cdot \alpha_c / \left(E_s \cdot \rho_{\varphi 1} \right) - \varepsilon_{cu} \varepsilon_{s0} \rho_{\rho 1}}, \quad (20)$$

де відповідні параметри армування дорівнюють:

$$\rho_{\rho 1} = \rho_{\varphi} / \rho_{\rho 1}; \quad \rho_{\varphi} = \rho_{II} \sum_{i=1}^l k_{\rho i}; \quad \rho_{\rho 1} = \rho_{II} \sum_{i=m}^n k_{\rho i} k_{si}; \quad (21)$$

$$\rho_{\varphi 0} = \rho_{II} \sum_{i=1}^l k_{\rho i} k_{si}; \quad \rho_{\varphi 2} = \rho_{II} \sum_{i=1}^n k_{\rho i} k_{si}^2; \quad \rho_{\rho 2} = \rho_{\varphi 0} / \rho_{\varphi 2}; \quad \rho_{\rho 3} = \rho_{\varphi 2} / \rho_{\varphi 1}. \quad (22)$$

Несуча здатність елемента, що згинається, прийме вигляд:

$$M_u = \frac{b_n}{(1/r)^2} (\delta_c \cdot \beta_c + E_s \cdot (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \cdot (\varepsilon_{s1} \cdot \varepsilon_{s0} \cdot \rho_{\varphi 0} + \varepsilon_{s1}^2 \rho_{\varphi 2})). \quad (23)$$

При досягненні межі текучості в усіх арматурних стержнях ($\varepsilon_{si} \geq \varepsilon_{s0}$) деформації найбільш розтягнутого з них ε_{s1} визначаються:

$$\varepsilon_{s1} = \delta_c \cdot \alpha_c / \left(E_s \cdot \varepsilon_{s0} \cdot \rho_{II} \sum_{i=1}^n k_{\rho i} \right) - \varepsilon_{cu}, \quad (24)$$

а несуча здатність елемента, що згинається, має вигляд:

$$M_u = \frac{b_n}{(1/r)^2} (\delta_c \cdot \beta_c + E_s \cdot \varepsilon_{s0} (\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{cu}) \cdot \varepsilon_{s1} \cdot \rho_{II} \sum_{i=1}^n k_{\rho i} k_{si}). \quad (25)$$

Висновки. Використання деформаційного підходу до розрахунку несучої здатності залізобетонних конструкцій однозначно дає більш точні та обґрунтовані значення вказаної характеристики за рахунок чіткого та точного уявлення про деформування, як бетону, так і

арматури шляхом використання реальних діаграм напружено-деформованого стану матеріалів. Зокрема в основу представленої методики закладені закономірності зміни початкового модуля пружності бетону та інтегральної жорсткості осередненого перерізу найбільш напруженої ділянки елемента.

Література

1. Бабич В.І. Розрахунок міцності нормальних перерізів і прогинів залізобетонних зігнутих елементів спрощеним деформаційним методом / В.І. Бабич, Д.В. Кочкарьов // Бетон и железобетон в Украине. – 2003. – №2. – С. 23-30.
2. Бабич Є.М. Розрахунок згинальних залізобетонних елементів на тріщиностійкість на основі деформаційної моделі / Є.М. Бабич, В.Є., Бабич, В.В. Савицький // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі і споруди: зб. наук праць. – Рівне: НУВГП, 2005. – Вип. 12. – С. 85-90.
3. Бамбура А.Н. Развитие методов оценки напряженно-деформированного состояния и несущей способности железобетонных конструкций на основе реальных диаграмм деформирования материалов / А.Н. Бамбура // Научно-практические проблемы современного железобетона. Первая всеукраинская научно-техническая конференция: сб. тезисов. – Киев: НИИСК, 1996. – С. 36-39.
4. Бамбура А.М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: дис. докт. техн. наук: спеціальність 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / Бамбура Андрій Миколайович. – Київ, 2005. – 379 с.
5. Барашиков А.Я. Методика розрахунку залізобетонних конструкцій за деформаційною моделлю згідно з проектом нових норм України / А.Я. Барашиков // Сучасне промислове та цивільне будівництво. – 2005. – №1. – С. 36-39.
6. Бліхарський З.Я. Розрахунок міцності нормальних перерізів залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження з урахуванням вимог нових норм проектування / З.Я. Бліхарський, Р.Є. Хміль, Д.І. Дубіжанський, І.В. Васільєв // Будівельні конструкції: зб. наук, праць. – 2013. – Вип. 78(1). – С. 307-314.
7. Карпенко Н.И. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев, А.Н. Петров // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций сб. науч. трудов. – М.: НИИЖБ, 1986. – С. 7-25.
8. Chen, M. Flexural Strength Design of RC Beams with Consideration of Strain Gradient Effect / M. Chen, J.C. Ming Ho // World Academy of Science: Engineering and Technology International Journal of Civil, Architectural, Structural and Construction Engineering, Vol.8, № 6, 2014. – P. 726-732.
9. Pillai, S.U. Reinforced Concrete Design / S.U. Pillai, D. Menon. – New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2003. – 867 p.
10. Jirasek, M. Inelastic Analysis of Structures / M. Jirasek, Z.P. Bazant // John Wiley & Sons., New York, 2002. – 758 p.
11. Tasnimi, A.A. Mathematical model for complete stress-strain curve prediction of normal, light-weight and high-strength concretes / A.A. Tasnimi // Magazine of Concrete Research, Vol. 56, №1, 2004. – P. 23-34.
12. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings: EN 1992-1-1, (Final Draft, December, 2004). – Brussels: CEN. – 2004. – 225 p.
13. ДБН В.2.6-98: 2009 Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
13. Ромашко В.М. Деформаційно-силова модель опору бетону та залізобетону: Монографія // В.М. Ромашко. – Рівне: О. Зень, 2016. – 424 с.

Стаття надійшла 13.04.2017