УДК 539.3

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК ДВОЯКОЙ КРИВИЗНЫ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ЛОКАЛЬНЫМИ НЕСОВЕРШЕНСТВАМИ

Коломийчук Г.П., Ярцев А.В.

Решена задача о потере устойчивости упругих оболочек двоякой кривизны с применением метода начальных несовершенств. Система нелинейных алгебраических уравнений получена с использованием МКР. Форма несовершенства выбрана в виде локальной вмятины. Исследовано влияние положения вмятины на критическую нагрузку для оболочек разной подъемистости.

Поведение оболочек при нагружении в сильной степени зависит от целого ряда факторов, таких как начальная кривизна оболочки, геометрические размеры в плане, условия на контуре, наличие начальных несовершенств.

Испытание моделей тонких сферических квадратных в плане оболочек, полученных штамповкой из листа алюминиевого сплава $АМ_у$–М, показало преобладающее развитие низкочастотных гармоник. Энергия полей сосредоточена в окрестности нескольких пар волновых чисел, причем спектр частот при росте нагрузки расширяется вследствие возрастания вклада низкочастотных составляющих [1].

Сопоставление результатов экспериментальных исследований оболочек на устойчивость с расчетными данными, полученными теоретическим путем, дало большие расхождения между значениями критических нагрузок, относящимся к номинально идентичным оболочкам [2]. При этом величины экспериментальных верхних критических нагрузок оказываются ниже теоретических.

Решение задачи о потере устойчивости оболочек для объяснения различий теоретических и экспериментальных данных выполним с использованием метода начальных несовершенств. Согласно этому методу вместо совокупности всех начальных несовершенств оболочки, вводится начальное эквивалентное отклонение от идеальной формы $W_o^э$ [3]. Обычно величина $W_o^э$ раскладывается в функциональный ряд с неизвестными коэффициентами и исследуется их влияние на величину критической нагрузки [4]. Но так как начальные несовершенства носят случайный характер, то задание этих коэффициентов становится некой самостоятельной задачей, выходящей за рамки классической теории оболочек, связанной с конкретной технологией изготовления и статическим анализом несовершенств.

Более перспективным представляется другой путь[5]. Можно задать ограничения на величину $W_o^э$(рис.1) и найти такие значения коэффициентов, которые в наибольшей степени уменьшают критическую нагрузку при этих ограничениях.

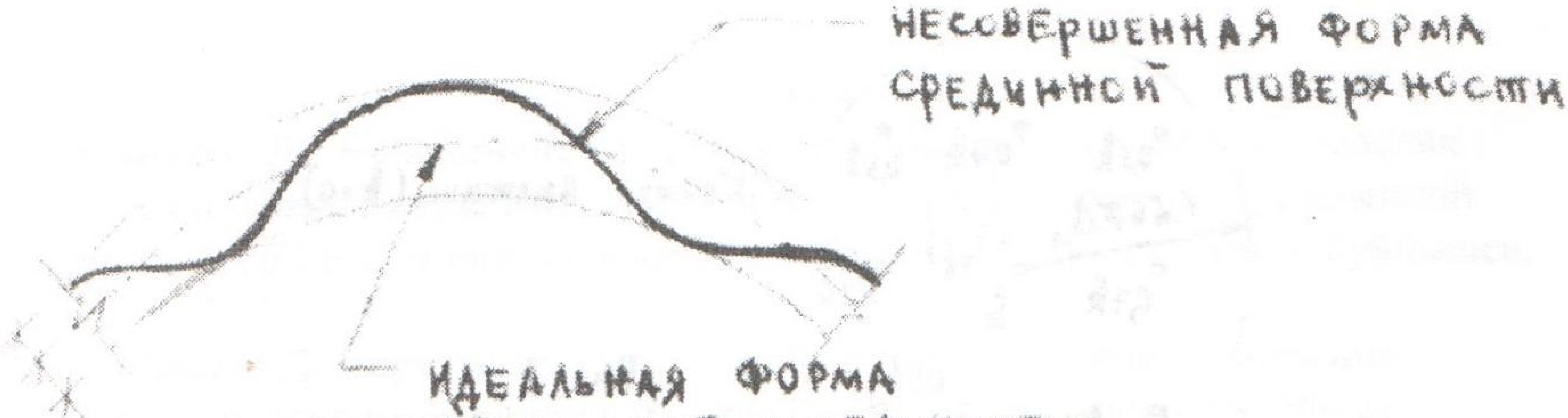

Рис. 1.

Многочисленные обмеры реальных конструкций показали, что фактически начальные несовершенства не имеют регулярного распределения и носят локальный характер, распространяясь в ограниченной области [6]. Для числового эксперимента выделим несовершенную пологую оболочку двоякой кривизны шарнирно закрепленную по контуру под действием вертикальной равномерно распределенной нагрузки.

Система нелинейных дифференциальных уравнений в перемещениях для поведения оболочки при загружении представлена в работе [7].

Разрешающие нелинейные алгебраические уравнения относительно неизвестных перемещений u, x, щ получили с помощью численного метода конечных разностей. Поверхность оболочки покрыта ортогональной сеткой (рис. 2), в общем случае с переменным шагом [8]. Количество независимых переменных удержано такое, что дальнейшее их увеличение вносит незначительные поправки в напряженно-деформированное состояние [9].

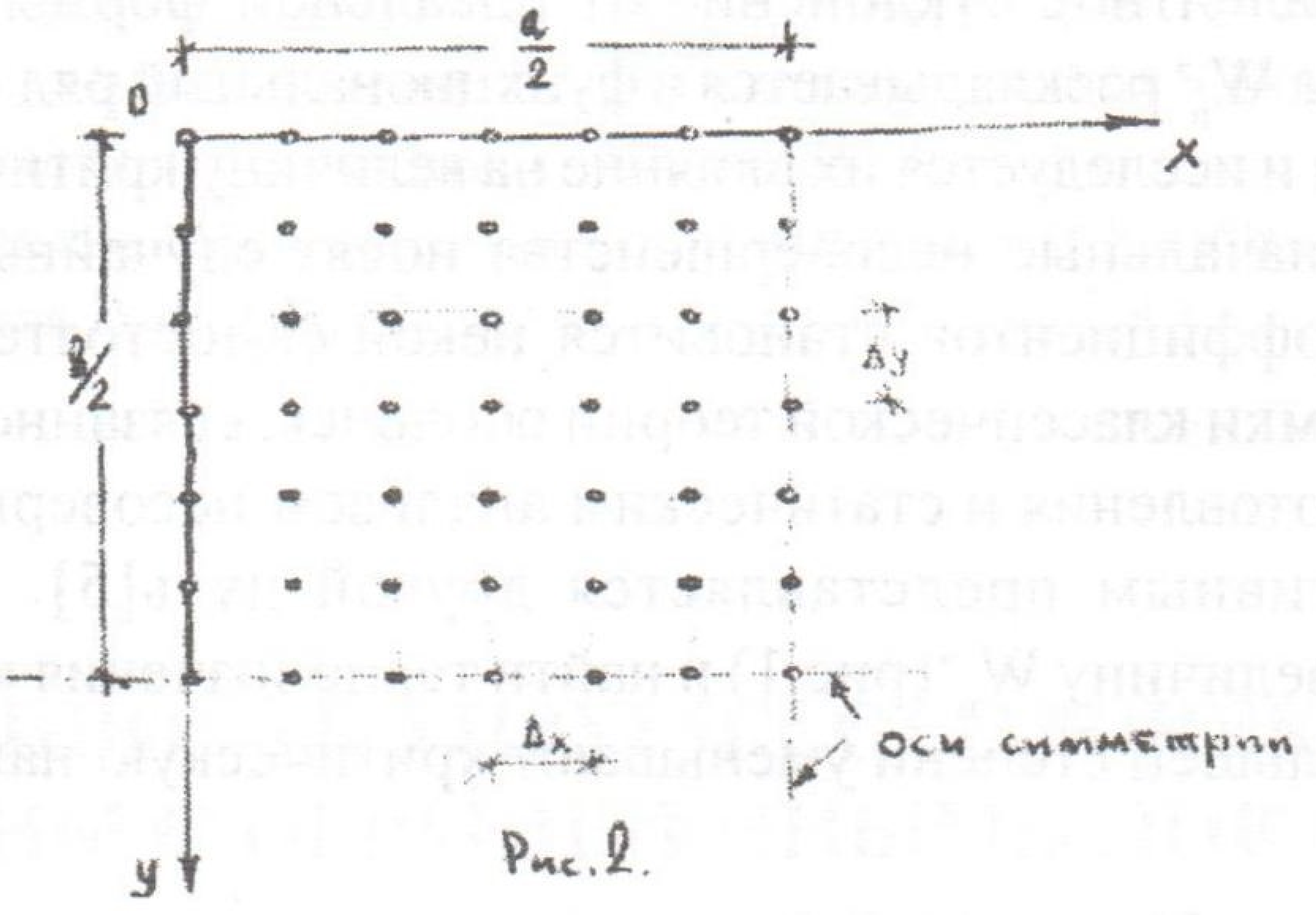

Рис. 2.

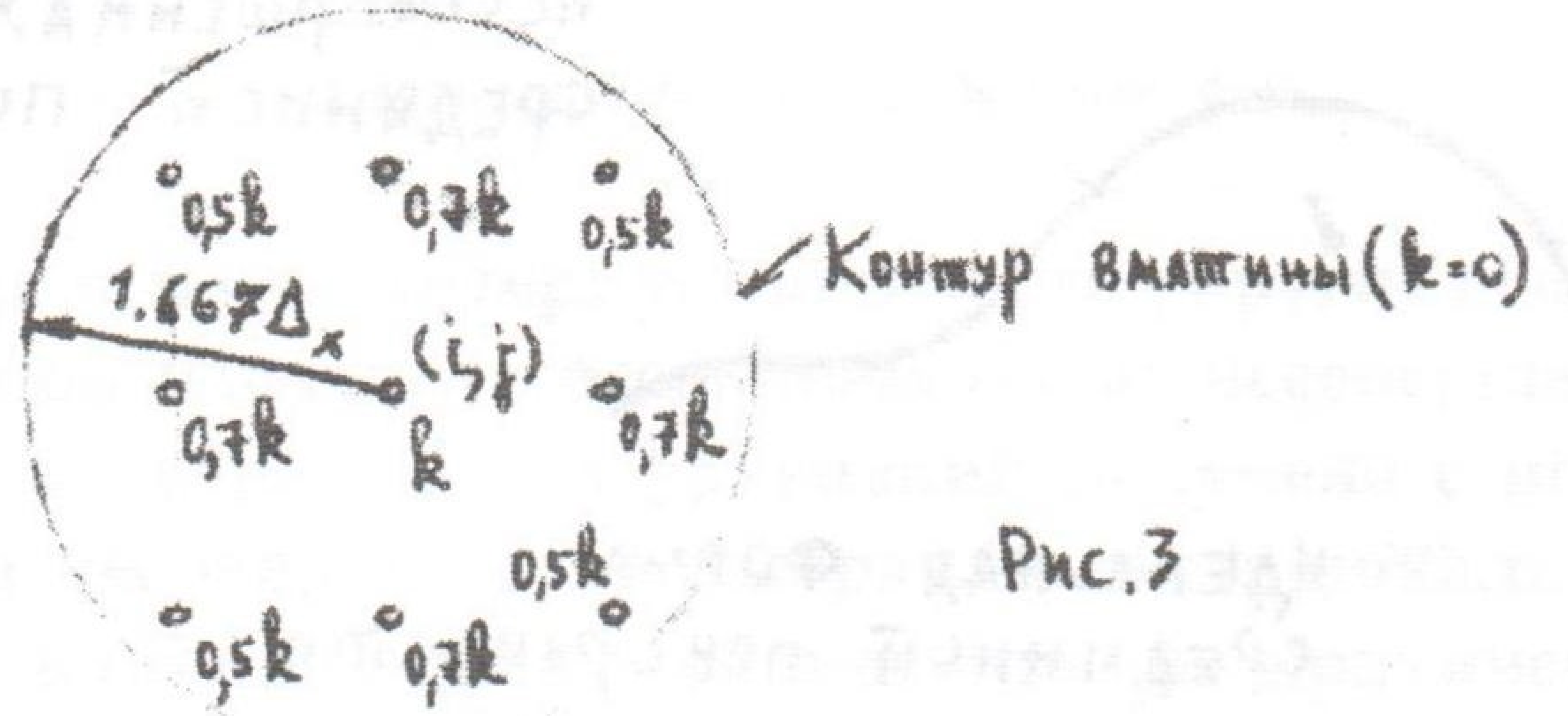

Рис. 3

Форму несовершенства принимаем в виде локальной вмятины (рис. 3). Здесь k – максимальное амплитудное значение в центре вмятины (k ?|д|,где д – толщина оболочки). Положение вмятины на плане оболочки определяется точками конечно разностной сетки, совпадающими с центром вмятины (i, j).

Задача отыскания корней системы при заданной нагрузке обладает следующей особенностью: при достижении нагрузкой некоторого уровня якобиан этой системы может обратиться в нуль, и решение в критическом состоянии перестает быть единственным. В работе за аргумент принята амплитуда максимального прогиба $щ_{ij}$ и параметр нагрузки q^*. Как показали численные расчеты, решение в этом случае всегда существует и единственно. Изложенная методика реализована в рамках вычислительного комплекса программ «SHELL».

В качестве примера приведем квадратные оболочки с параметрами кривизн $k_x=k_y=20$ и $k_x=k_y=300$. Для первого варианта критическая нагрузка совершенной оболочки составила $q^*_1=181,365$; с вмятиной /центр в четверти оболочки/ $q^*_2=150,315$; с вмятиной /центр, совпадающий с центром оболочки / $q^*_3=94,587$. При этом относительный прогиб в центре оболочки составил соответственно: $щ_1=1,119$; $щ_2=1,380$; $щ_3=0,902$. Относительный прогиб в четверти: $щ_2=0,784$; $щ_2=1,439$; $щ_3=0,301$.

Деформирование оболочек большой кривизны (вариант 2) происходит по-другому. Критическая нагрузка совершенной оболочки составила q^*_1=82460,719; с вмятиной в четверти q^*_2=83092,612; с вмятиной в центре оболочки q^*_3=82466,126. Относительный прогиб в центре составил соответственно: $щ_1$=0,714; $щ_2$=0,766; $щ_3$=0,917. Относительный прогиб в четверти: $щ_1$=0,719; $щ_2$=0,988; $щ_3$=0,721.

Выводы:

1. Наличие локальных вмятин оказывает существенное влияние на критическую нагрузку оболочек малой кривизны.

2. Анализ большого числа вариантов оболочек с локальными вмятинами даст возможность построить асимптотическую поверхность верхних критических нагрузок для применения в реальном проектировании.

Литература

1. Кантор С.Л. Экспериментальное исследование несовершенных пологих оболочек положительной гауссовой кривизны при действии распределенной нагрузки. В сб.: Надежность и качество строительных конструкций. Куйбышев, 1982.–с. 44-47.
2. Герлаку И.Д. Определение критических (бифуркационных) значений нагрузки для осесимметрично нагруженных геометрически нелинейных оболочек вращения с учетом несимметричных форм равновесия. Автореф. дис. к.т.н. Кишинев, 1970-15с.
3. Доннелл Л., Уан К. Влияние неправильностей в форме на устойчивость стержней и тонкостенных цилиндров при осевом сжатии. Механика. 1951.-№4(8).-с.91-107.
4. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. М.: Наука. 1978.-360с.
5. Якушев В.Л. Определение экспериментальных критических нагрузок при заданных ограничениях на начальные неправильности. В кн.: Вопросы гидродинамики, аэрофизики и прикладной механики. М.: Изд. МФТИ. 1985.-с.117-123.
6. Большепролетные оболочки том 1. М.: Стройиздат. 1969.-с.739-741
7. Коломийчук Г.П. Устойчивость несовершенных пологих железобетонных оболочек. В ст.: Резервы прочности бетонных и железобетонных конструкций. К.: УМК ВО. 1989.-с.111-115.
8. Котик А.Н. Расчет нелинейных пластин и пологих оболочек конечно-разностным методом. В ст.: Расчеты элементов конструкций на прочность и жесткость. М.: МИСИ, 1985.-с.85-96.
9. Стрельбицкая А.И. О влиянии сгущения сетки на результаты расчета пологих оболочек. Прикладная механика, 1977.-вып.13.-№3.-с.123-127.