

ПРИБЛИЖЕННАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА СОМКНУТЫХ И КРЕСТОВЫХ СВОДОВ.

Лисенко В.В., Яременко Е.А.

Предлагается методика расчета, основанная на идее расчленения свода на отдельные арки единичной ширины; она рекомендуется для оценки усилий в проектируемых и поврежденных сводах.

В современных инженерно-конструкторских курсах и справочных пособиях методы расчета и конструирования классических сводов, выполненных из кладочных материалов, как устаревших конструкций, практически не рассматриваются.

Тонкие кирпичные своды могут служить основной несущей конструкцией перекрытий и покрытий. Чаще всего применяются цилиндрический, сомкнутый и крестовый своды (рис. 1).

а) б) в)



Рис. 1 Типы сводов: а) – цилиндрический, б) – сомкнутый, в) – крестовый.

Если представить себе цилиндрический свод разрезанным на 4 части, то части, обозначенные через А, называются вальмами, а через В – лотками. Свод, составленный из вальм, называется сомкнутым, а свод, составленный из лотков – крестовым сводом.

При расчете цилиндрического свода из него обычно выделяют полосу единичной ширины; таким образом свод как бы состоит из арок, двухшарнирных либо безшарнирных – в зависимости от характера взаимодействия свода с поддерживающими конструкциями.

Предлагаемая ниже методика расчета сомкнутого и крестового сводов также основывается на идее расчленения свода на отдельные арки единичной ширины. Используются результаты исследований усилий и рациональных форм арок В.А. Киселева /1/.

При выборе очертания оси арки необходимо стремиться к тому, чтобы ось, по возможности, совпадала с кривой давления. Такое очертание оси является рациональным, поскольку в арке возникают лишь продольные силы N ; изгибающие моменты M и поперечные силы

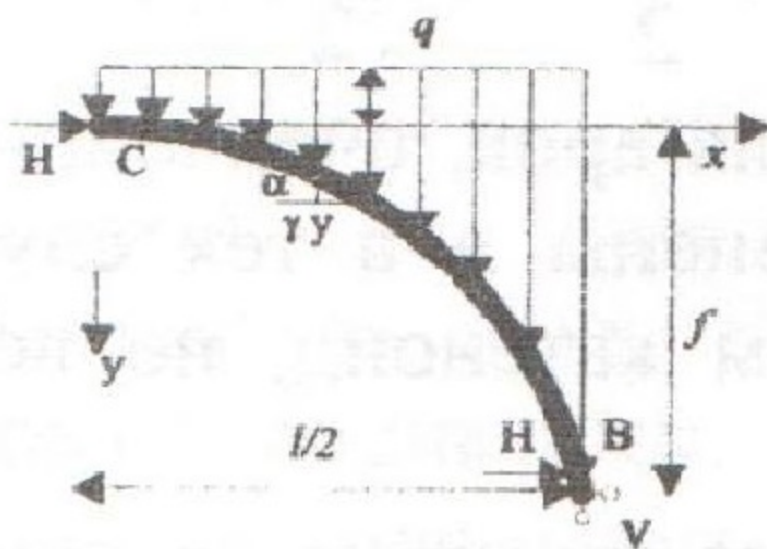
Q равны нулю. Совпадение оси арки с кривой давления может быть получено для трехшарнирной арки. Для статически неопределяемой арки полного совпадения оси с кривой давления достигнуть невозможно, так что возникновение изгибающих моментов при любом ее очертании неизбежно.

Для рассматриваемой на рис.2а, трехшарнирной симметричной арки с нагрузкой $q(x) = q + \gamma y$ (1)

уравнение рациональной оси имеет вид /1/

$$y = y_0(chkx - 1), \text{ где } y_0 = q/\gamma \quad (2)$$

а)



б)

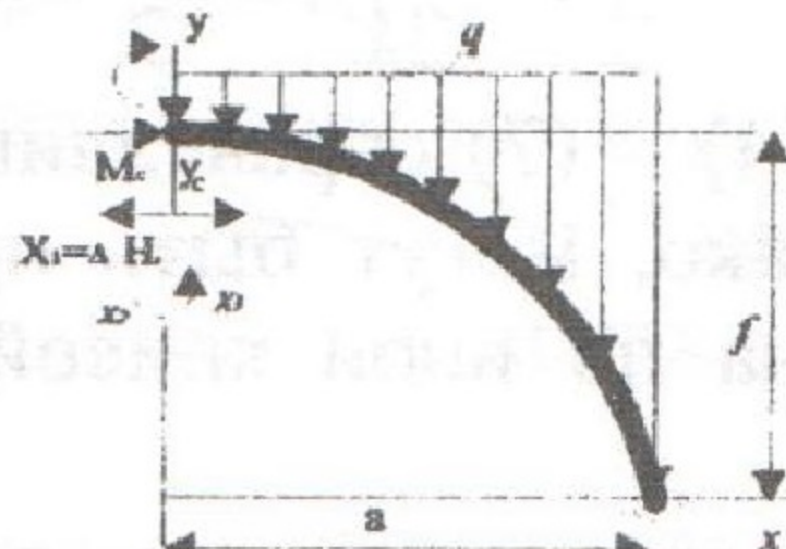


Рис 2. Расчетные схемы арок

а) трехшарнирной, б) бесшарнирной.

Кривая, определяемая этим уравнением, называется катеноидом; она по начертанию близка к круговой кривой. Параметр k кривой (2) можно найти из уравнения

$$\frac{q}{\lambda} \left(ch \frac{kl}{2} - 1 \right) = f \quad (3)$$

Распор H , вертикальная опорная реакция V и продольное усилие определяются формулами

$$H = \frac{\gamma}{k^2}, \quad V = \frac{q}{k} sh \frac{kl}{2}, \quad N = H / \cos \alpha. \quad (4)$$

Расчет бесшарнирной арки выполняется методом сил, выбирая основную систему с разрезом по оси симметрии, поместив неизвестные x_1, x_2, x_3 в упругий центр арки. Если учесть в грузовом состоянии, кроме нагрузки распор H , возникающий в трехшарнирной арке при рациональном очертании её оси, то $x_2 = x_3 = 0$. Для определения приращения распора $x_1 = \Delta H = \mu H$ останется такое каноническое уравнение /1/

$$\delta_{11} \Delta H + \Delta_{1p} = 0 \quad (5)$$

где $\delta_{11} = 2 \int_0^{l/2} (y_c - y)^2 \frac{ds}{EJ}$; $\Delta_{1p} = 2 \int_0^{l/2} H \frac{ds}{EF}$

Если площадь сечения и момент инерции арки увеличиваются к пятам арки по закону $F = F_0 / \cos \alpha$, $I = I_0 / \cos \alpha$ (F_0, I_0 – площадь сечения в ключе), то

$$y_c = y_0 \frac{2}{kl} \left(sh \frac{kl}{2} - \frac{kl}{2} \right) \tag{6}$$

$$\mu = \frac{I_0 l / 2 F_0}{\frac{y_c^2 l}{2} - \frac{2 y_c y_0}{k} \left(sh \frac{kl}{2} - \frac{kl}{2} \right) + \frac{y_0^2}{2k} \left(sh \frac{kl}{2} ch \frac{kl}{2} + 3 \frac{kl}{2} - 4 sh \frac{kl}{2} \right)} \tag{7}$$

Расчетные формулы (4) – (7) справедливы для арок, очерченных по катеноиду /1/. Они, однако, могут быть применены и в тех случаях, когда ось арки назначена по иной кривой, чем катеноид, но все же близкой к нему.

Расчет основных элементов сомкнутого свода покажем на примере междуэтажного перекрытия, размером в плане 5x5 м. /2/ (рис. 3).

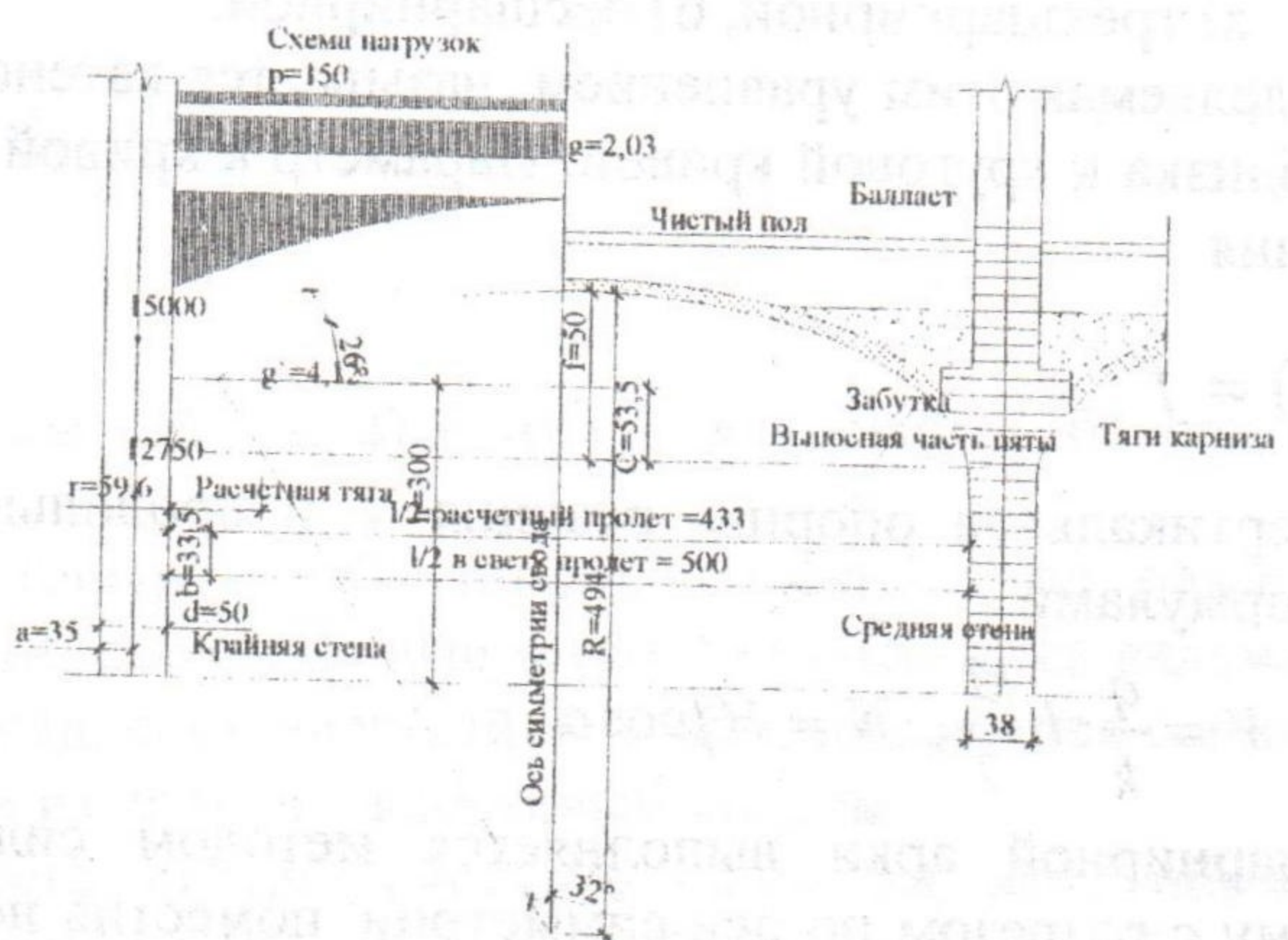


Рис. 3. Очертание, расчетная схема и конструкция сомкнутого свода

Для перекрытий, которые должны иметь возможно малую строительную высоту, стрела подъема $f=1,033$ м составляет около 1/5 пролета $L=5$ м перекрытия в свету. Толщина $\delta = 0,065$ м. Очертание перекрытия – по трехцентрковой коробовой кривой, заменяющей эллипс. Основная нагрузка – это собственный вес свода $g=2,03$ кн/м², а также вес балласта в пазухах, $g^1=4,26$ кн/м², увеличивающийся от шельги к пятам свода. Временная полезная нагрузка составляет $p=1,50$ кн/м².

Применительно к арке, показанной на рис. 2.: $\gamma = g' = 4,62 \text{ кн/м}^2$; для полосы шириною 1 м $q = 1(1,50 + 2,30) = 3,53 \text{ кн/м}$
 $y_0 = q/\gamma = 3,53/4,62 = 0,764 \text{ м}$.

Выделим для расчета диагональную арку пролетом $L_d = 7,156 \text{ м}$, со стрелой подъема $f = 1,065 \text{ м}$. Параметр оси в виде катеноида $k = 0,4244$. Согласно формул (4) $H = 25,65 \text{ кн}$, $\nu = 18,08 \text{ кн}$. Продольная сила N - сжимающая и плавно изменяется от 25,65 кн в ключе до 20,97 в пяте. Сечения диагональной арки изменяют форму от прямоугольной в шельге свода, до равнобокого уголка в пяте; площадь и момент инерции сечения увеличиваются к пятам, что позволяет воспользоваться формулами (6), (7): $y_c = 0,33 \text{ м}$, $\mu = 0,007$, $\Delta H = -0,18 \text{ кн}$, полный распор $H = 25,65 - 0,18 = 25,47 \text{ кн}$. Приращение распора в бесшарнирной арке, очерченной по катеноиду, составляет лишь 0,7% распора в трехшарнирной арке. В подъемистых арках, при $f/l > 0,4$ приращение распора более значимо.

Для произвольного сечения арки эллиптического очертания, заданного ординатой x (рис. 2б)

$$N = H \cos \alpha + (qx + \gamma F) \sin \alpha$$

$$M = M_c + H(f - y) - q \frac{x^2}{2} - \gamma F \eta_1 \quad (8)$$

$$\text{где } F = x(f - y) - (af \arccos \frac{y}{f} - xy), \eta_1 = 0,776x \quad (9)$$

Для определения распора H и изгибающего момента M_c в ключе арки, воспользуемся данными табл. 8.2.19 справочника /3/. Для $f/l = 0,2$: при действии собственного веса γ $H = 1,3Q$, $M_c = 0,0157Ql$, где вес полуарки $Q = \gamma af(1 - 0,25\pi) = 3,79 \text{ кн}$; при действии равномерной нагрузки $q = \text{const}$ $H = 0,728ql$, $M_c = 0,0091ql^2$, $ql = 25,27 \text{ кн/м}$. Полные усилия $H = 1,3 \times 3,79 + 0,728 \times 25,27 = 23,32 \text{ кн}$.

$$M_c = 0,0157 \times 3,79 \times 7,16 + 0,0091 \times 25,27 \times 7,16 = 2,07 \text{ кн}$$

Построенные для правой половины арки по формулам (8) эпюры усилий приведены на рис. 4.

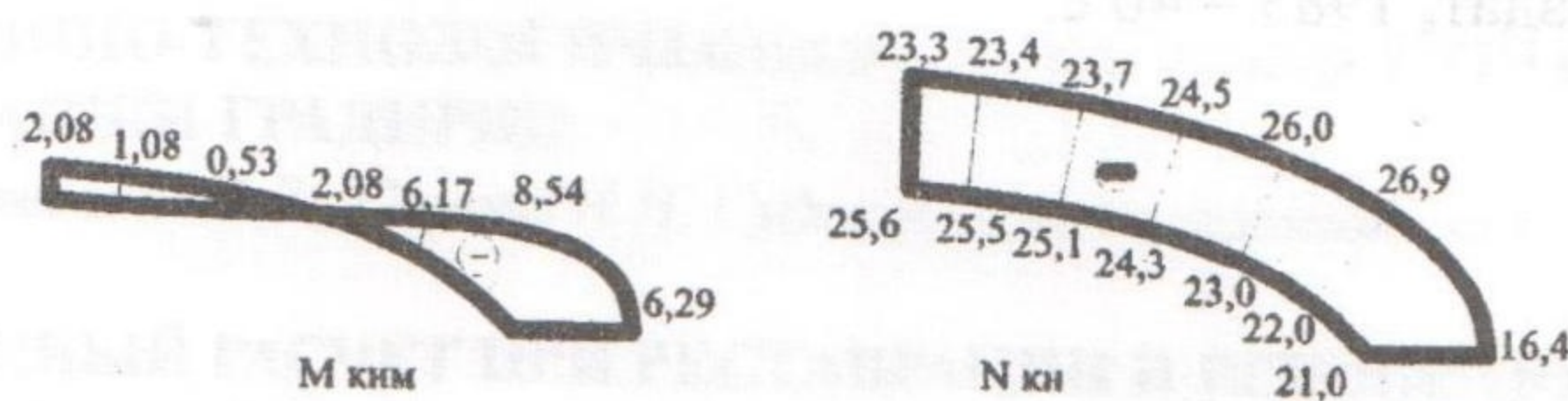


Рис.4. Эпюры усилий в диагональной арке.

На этом рисунке внизу приведены также величины продольных усилий в арке, описанной катеноидом. Отметим, что эпюра изгибающих моментов соответствует характеру трещинообразования в древних каменных сводах /4/. Имеется в виду наблюдаемое раскрытие трещин на нижней поверхности свода в области замка и на верхней поверхности — в приопорной зоне. Требования строительных норм /5/ по прочности свода выполняются.

Расчет усилий в диагональной бесшарнирной арке, выделенной из крестового свода, ничем не отличается от расчета усилий в аналогичной арке сомкнутого свода. Отличие возникает при проверке прочности сечений арки, ориентация уголков которых вниз, а не вверх.

Поскольку пространственная жесткость крестового свода ниже жесткости сомкнутого свода, то необходимо выполнять также расчет щековой арки, выделенной из лотка крестового свода. Если очертание лотка выполнено по круговой кривой, то можно воспользоваться приведенной выше, весьма простой, методикой расчета арок с очертанием оси кривой в виде катеноида.

Отметим, что методика, основанная на выделении из являющегося пространственной конструкцией свода плоских элементов, не выявляет истинных запасов прочности сооружения. Опыт длительного существования сводчатых конструкций, запроектированных либо проверенных расчетом по близким к предлагаемой методикам /2/, /4/ свидетельствует о ее осторожности и надежности. Методика пригодна также для оценки прочности поврежденных сводов с обрушенными углами либо вальмами.

1. Киселев В.А. Рациональные формы арок и подвесных систем. — М: Госстройиздат, 1953 — 355 с. 2. Шеренцис А.А. Тонкие кирпичные своды. — М: Изд. акад. арх. СССР, 1945 — 78 с. 3. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический, под редакцией А.А. Уманского. — М: Госстройиздат, 1960 — 1039 с. 4. Бессонов Г.Б. Исследование деформаций, расчет несущей способности и конструктивное укрепление древних распорных систем (методические рекомендации). — М: Объединение Росреставрация, 1989 — 164 с. 5. СНИП II — 22 — 81. Каменные и армокаменные конструкции. — М: Стройиздат, 1983 — 40 с.