НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СТЕРЖНЕЙ ИЗ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Заволока Ю.В., Заволока М.В.,

Конструкции из композитных материалов, как наиболее перспективных и экономичных, находят все большее применение в строительной практике. В данном исследовании рассмотрен вопрос об эффективности использования композитов при определении несущей способности стержней.

Рассматривается стержень, который состоит из основного материала (матрицы) с модулем упругости $E_м$ и пределом прочности $R_м$, с включением зон или слоев других материалов со своими прочностными и деформативными свойствами. Целесообразно рассмотреть вопрос об эффективности применения композитов при определении несущей способности.

Напряжения для сжатых стержней в основном материале $\sigma_{ом}$ и в других слоях s_i при известной силе P в физически линейной постановке определяются с учетом условия совместности деформаций.

$$\sigma_{ом} = \sigma_0 \Big/ \left[1 + \sum_{i=1}^{n} \mu_i \left(\alpha_{iE} - 1\right)\right]; \ \sigma_0 = P/A_0; \tag{1}$$

$$\sigma_i = \alpha_i \, \sigma_{0м}; \ \alpha_{iE} = E_i / E_{0м}; \ \mu_i = A_i / A_0 .$$

При увеличении нагрузки напряжения достигают предела прочности. Здесь необходимо рассмотреть несколько вариантов.

1. Напряжения достигают предела прочности при одной и той же ε_R во всех дискретных зонах и слоях (рис. 1). Такое деформирование всех составляющих композитных материалов следует расценивать, как гипотетическое.

Несущую способность в этом случае удобно записать через относительные характеристики

$$N_{км} = \varphi A_0 R_{0м}\left[1+\sum_{i=1}^{n}\mu_i(\alpha_{iR}-1)\right]. \qquad (2)$$

Здесь $\alpha_{iR} = R_i / R_{0м}$.

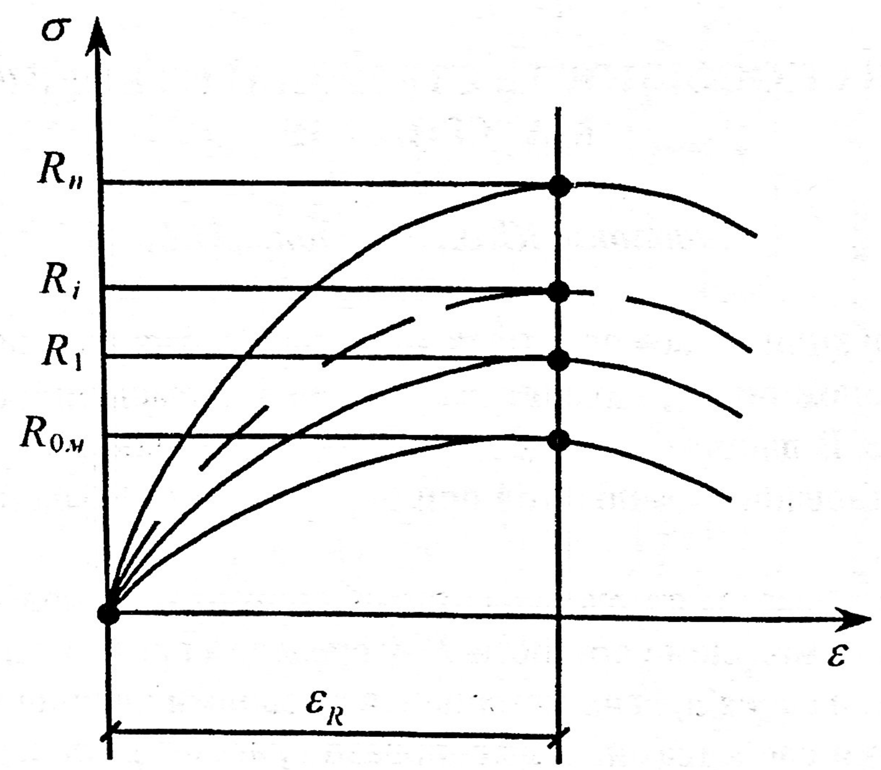

Рис. 1.

Диаграмма σ - ε, когда предел прочности достигается для всех слоев при одной и той же деформации ε_R.

Формулу (2) представим в другом виде

$$N_{км} = N_{0м} \cdot f_{1.к}(\mu_i, \alpha_i) \qquad (3)$$

$N_{0м}$ – это несущая способность стержня, выполненного из однородного материала с пределом прочности $R_{0м}$

Функция эффективности композитов

$$f_{1.\kappa}\left(\mu_i, \alpha_{iR}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{n} \mu_i \left(\alpha_{iR} - 1\right). \tag{4}$$

Если несущая способность $N_{0.м}$ значительно превосходит эксплуатационную нагрузку, то в этом случае $f_{1.\kappa}$ следует принять меньше единицы, т. е. применить композитные материалы менее прочные основного материала. Если несущая способность $N_{0.м}$ недостаточна $f_{1.\kappa}$ должно быть больше единицы. Для этого потребуются материалы более высокопрочные.

2. Напряжения достигают предела прочности при разных значениях деформаций ε_R (рис. 2).

Напряжения достигают предела прочности в менее слабом материале. Для этого случая функция эффективности $f_{1.\kappa}$ имеет вид

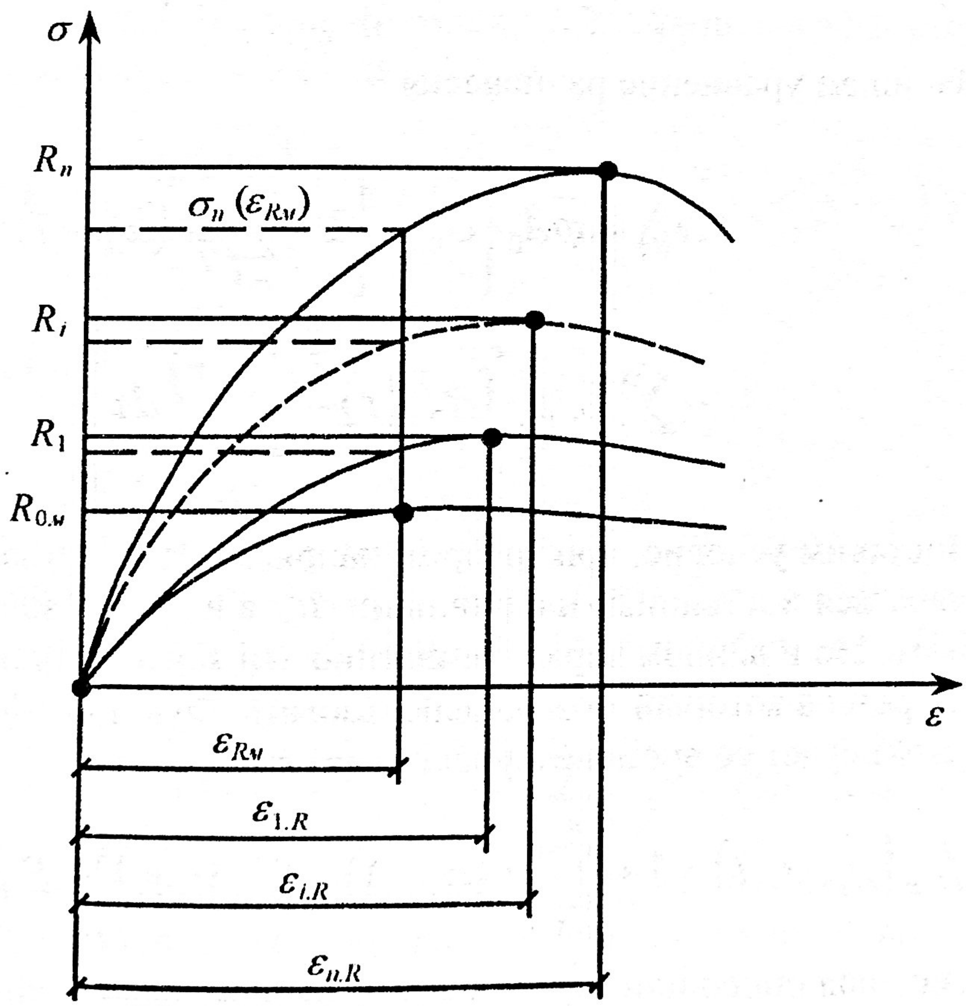

Рис. 2.
Диаграмма σ - ε для материалов, у которых деформации ε_R не совпадают.

$$f_{1.к}(\mu_i, \alpha_{i\sigma}) = 1 + \sum_{i=1}^{n} \mu_i (\alpha_{i\sigma} - 1). \qquad (5)$$

Здесь $\alpha_{i\sigma} = \sigma_i (\varepsilon_{Rм}) / R_{0м}$.

В этом случае недоиспользуется прочность композитных материалов. Но тогда появляется возможность использовать ползучесть основного материала [1]

$$\varepsilon_{0м}(f) = \frac{\sigma_{0м}(t)}{E_{0м}(t)} = \int_{\tau_1}^{t} \sigma_{0м}(\tau) \frac{\partial \delta(t,\tau)}{\partial \tau} d\tau \qquad (6)$$

Напряжения в других зонах (слоях)

$$\sigma_i(t) = \alpha_{iE}\, \sigma_{0м}(t) - E_i \int_{\tau_1}^{t} \sigma_{0м}(\tau) \frac{\partial \delta(t,\tau)}{\partial \tau} d\tau. \qquad (7)$$

Запишем уравнение равновесия

$$N_{(t)} = \varphi A_0 \left\{ \sigma_{0м(t)} \left[1 + \sum_{i=1}^{n} \mu_i (\alpha_{iE} - 1) - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \sum_{i=1}^{n} E_i\, \mu_i \int_{\tau_1}^{t} \sigma_{0м}(\tau) \frac{\partial \delta(t,\tau)}{\partial \tau} d\tau \right\} \qquad (8)$$

Поставим условие, при котором напряжения $\sigma_{0м}(t)$ во времени будут оставаться постоянными и равными $R_м$ а в других зонах они будут возрастать. Но в данном варианте именно эти зоны были недогружены, там есть резерв который можно использовать. Функция эффективности композитов будет со временем увеличиваться

$$f_{2.к}[\mu_i, \alpha_i, t) = 1 + \sum_{i=1}^{n} \mu_i (\alpha_i - 1) + C_{0м}(t, \tau_1) \sum_{i=1}^{n} E_i \mu_1 \qquad (9)$$

Несущая способность, назовем ее потенциальной тоже будет возрастать

$$N(t) = N_{0м} \cdot f_{2.к}(\mu_i, \alpha_i, t). \qquad (10)$$

Следует отметить, что в выражении (6) никаких ограничений на вид $E_{0м}(t)$ и $C(t, \tau)$ не накладывается. Целесообразно учесть нелинейный характер упругих деформаций и деформаций ползучести. В данном случае это никаких осложнений не вызывает.

Выясним на примере, как влияет ползучесть на величину $f_{2.к}$. Положим $\mu_1 = 0{,}01$; $\mu_2 = 0{,}02$; $\alpha_1 = 5$; $\alpha_2 = 4$; $E_{0м} = 2{,}7 \cdot 10^4$ МПа $C_{(\infty, 28)} = 6 \cdot 10^{-5}$ МПа$^{-1}$. При этих значениях $f_{1.к} = 1{,}1$; $f_{2.к} = 1{,}3106$. С учетом ползучести несущая способность получается на 20% больше. Вклад не малый. Но не надо обольщаться. Результат получен при случайных, хотя и вполне реальных, исходных данных. Если уменьшить $C_{(\infty, 28)}$ в три раза, эффект увеличения с учетом ползучести составит 6,38%.

3. Учет особенностей деформирования материалов при деформациях равных и больше ε_R.

Учет нисходящих ветвей диаграмм $\sigma - \varepsilon$ имеет свои особенности. В ряде случаев это может дать некоторое увеличение несущей способности. Выберем материал с максимальным значением $\varepsilon_R^{\max}$. Для остальных композиционных материалов при увеличении деформаций от ε_R до $\varepsilon_R^{\max}$ произойдет падение напряжений на ΔR_i. Функция эффективности $f_{3.к}$ для этого варианта имеет вид

$$f_{3.к}(\mu_i, \alpha_{iR}) = \left(1 - \sum_{i=1}^{n} \mu_i\right)(1 - \Delta\alpha_{R0.м}) + \sum_{i=1}^{к} \mu_i(\alpha_{iR} - \Delta\alpha_{iR}) + \\ + \sum_{i=к+1}^{n} \mu_i \, \alpha_{iR}. \quad (11)$$

Здесь $\Delta\alpha_{iR} = \Delta R_i / R_{0.м}$.

Для материалов с номерами $i = (к+1) \div n$, $\varepsilon_R^{\max}$ совпадают.

Использование (11) имеет смысл, если $f_{3.к}$ будет больше $f_{1.к}$ по (6).

Перегруппируем некоторые слагаемые в (11) для сравнения с (4)

$$f_{3.к}(\mu_i, \alpha_{iR}) = f_{1.к}(\mu_i; \alpha_{iR}) - \left(1 - \sum_{i=1}^{n}\right)\Delta\alpha_{R0.м} - \sum_{i=1}^{к} \alpha_{iR}. \quad (11)$$

Применение предположения о том, что ε_R одинаково для всех композитов, составляющих конструкцию, завышает несущую способность. Выражения $f_{1.к}(\mu_i, \alpha_{iR})$, $f_{2.к}(\mu_i, \alpha_{iR,t})$, $f_{3.к}(\mu_i, \alpha_{iR})$ зависят от двух или трех параметров. Это позволяет подбирать их так, чтобы получить наиболее экономичное решение.

Литература.

1. К.К. Амельянович, В.Д. Вербицкий, И.Е. Прокопович. Прочность судовых железобетонных конструкций. Изд-во “Судостроение”, Ленинград. 1978 г. с. 49 – 58.