

РАСЧЕТ СЖАТО-ИЗОГНУТЫХ СТЕРЖНЕЙ ИЗ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Кобринец В.М., Вытыкач Н.П.

Строительные конструкции эксплуатируются десятки и сотни лет. Поэтому кроме силовых факторов необходимо учитывать такие процессы, которые проявляются медленно, но за большое время воздействия могут значительно изменить напряженно-деформированное состояние. В частности это может произойти в результате поверхностного износа материала конструкций. В подобного рода задачах необходимо определить, как будут изменяться напряжения, гибкость и узнать время надёжной эксплуатации.

Рассматриваются сжатый стержни при симметричном и не симметричном износе. Если площадь поперечного сечения конструкции со временем, по той или иной причине, уменьшается, это вызывает изменение напряженно-деформированного состояния, снижает несущую способность и сокращает время надёжной работы. Эти и другие вопросы проанализированы в данной статье.

Вероятность идеального центрального сжатия как и поперечного изгиба равна нулю. Наличие начальных несовершенств конструкций и случайных эксцентриситетов приложения нагрузок при поперечном изгибе не столь катастрофично, как это может оказаться при продольном изгибе и тем не менее в ряде случаев колонны, стойки и стержни рассчитываются как центрально сжатые. Так можно делать если эксцентриситеты и начальные несовершенства конструкций достаточно малые. Например, стержни ферм рассчитываются, как центрально сжатые или растянутые. Это есть следствие выбора расчетной схемы, которая по сути представляет собой основную систему метода сил. Хотя и здесь моменты в узлах будут, но они незначительны и ими пренебрегают, что значительно упрощает расчет. Сейчас при наличии ЭВМ это не актуально.

Для расчетов необходимо знать количественную оценку понятия – малый эксцентриситет и незначительное начальное несовершенство. Если при продольном изгибе напряжения от момента составляют не более $\pm 5\%$ от сжимающих напряжений, то такие стержни можно считать, хотя и условно, центрально сжатыми.

Если напряжения от изгиба составляет более 5% от напряжений при сжатии, то в этом случае эксцентриситет и начальную погиб нельзя считать малыми, и необходимо учитывать продольный изгиб. В таблице

1 приведены некоторые сечения и эксцентриситеты, которые не нарушают условий, когда стержни можно рассчитать как центральное сжатие. В таблице 2 даны величины эксцентриситетов для двутавровых сечений в см. Поскольку эксцентриситеты случайные, а не детерминированные, то сведения из таблиц 1 и 2 следует рассматривать, как пределы в которых эксцентриситеты могут принимать любые значения не выходящие за эти значения.

Таблица 1. Сечения и формулы для определения предельных значений случайных эксцентриситетов.

$e=0,00833a$	$e_y=0,00833h$ $e_x=0,00833b$	$e=0,0125R$	$e_y=0,0104R$ $e_x=0,01203R$	$E=0,0125^* R(1+(r/R))$	$e=0,025Rt$

Таблица 2. Предельные значения случайных эксцентриситетов для двутавров (в см)

№	10	16	20	24	30	36	40	50	60	70 ^a
II										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e_y	0,1654	0,2698	0,3433	0,4152	0,5075	0,6002	0,6631	0,8026	0,9508	1,0705
e_x	0,0270	0,0359	0,043	0,0496	0,0527	0,0574	0,0601	0,0624	0,0686	0,0797

Для сравнения представим несколько значений максимально допустимых случайных эксцентриситетов. Квадратное сечение $20 \times 20 - e = 0,166$ см, круг $d=20$ см $- e = 0,25$, гнутый профиль замкнутого квадратного сечения $180 \times 180 \times 8 - e = 0,27$ см, швелер №20 $- e = 0,324$ см, двутавр №20 $- e = 0,328$ см. Отсюда можно сделать вывод. Тонкостенные стержни с развитой периферией сечений менее чувствительны к начальным возмущениям.

Если стержни центрально сжатые, то их можно рассчитывать по недеформированной схеме. Но при этом надо проверить условие.

$$e_0 \leq \frac{W \cdot (1 - P / P_{кр})}{20A(1 + 0,273P / P_{кр})} \quad (1)$$

Когда $P=0$ $e_0 = W/20A$, по этой формуле составлены таблицы 1 и 2. Если $P=P_{кр}$ e_0 должно быть равно нулю, стержень (стойка, колонна) теряют устойчивость.

При длительном действии нагрузки в результате специфических условий эксплуатации, либо сложных климатических условий или под влиянием агрессивной среды наружный поверхностный слой разрушается и выключается из работы конструкции. Такое явление наблюдается при физической, химической и биологической коррозии.

Приведем несколько выражений математических моделей износа [1]

$$h_u(t) = V_0 t, \quad (2)$$

$$h_u(t) = h_k [1 - e^{-t/\tau}], \quad (3)$$

$$h_u(t) = a^n \sqrt{t}, \quad (4)$$

или [2]
$$h_u(t) = h_k e^{-\beta t} \quad (5)$$

Напряженное состояние не нарушится, если износ приходит равномерно по всей поверхности и по всему периметру сжатого элемента, но напряжения, будут возрастать. Для прямоугольного элемента:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \Phi_{ul}(t); \quad \Phi_{ul}(t) = \frac{1}{1 - h_u(t)[p - 4h_u(t)]/bh} \quad (6)$$

где p – периметр, $h_u(t)$ – глубина износа.

При неограниченном износе по (2)

$$\Phi_{ul}(t) = \frac{1}{1 - V_0(Pt - 4V_0 t^2)/bh} \quad (7)$$

Для стержней из композитных материалов в каждом случае функция $\Phi_1(t)$ будем иметь свой определенный вид. Для прямоугольного двухслойного стержня, если износу подвергается наружный слой A_1

$$\Phi_{1u}(t) = \frac{1}{\mu_1 - [pV_0 t - 4V_0^2 t^2 - \alpha \cdot \mu_2]} \quad (8)$$

где $\mu_1 = A_1 / A_0$; $\mu_2 = A_2 / A_0$; $\alpha = E_2 / E_1$

Напряжениях в слоях

$$\sigma_1(t) = \sigma_0 \cdot \Phi_{1,u}(t); \quad \sigma_2(t) = \alpha \sigma_1(t); \quad \sigma_0 = p / A_0 \quad (9)$$

Для двухслойного кольцевого сечения при $\sigma_0 = p / \pi R_1^2$

$$\Phi_{1,u}(t) = \frac{R^2}{(R - V_0 t)^2 + \alpha(R_1 - r)^2 - R_1^2} \quad (10)$$

здесь R, r – наружный и внутренний радиусы кольца. R_1 – наружный радиус первого слоя.

Если первоначальные напряжения σ_0 составляют какую-то долю от предела прочности $\sigma_0 = \eta_R \cdot R$ то со временем они достигнут R_b , учитывая (6) получим

$$t_R = \frac{(b+h)}{4V_0} - \frac{1}{2V_0} \sqrt{\frac{(b+h)^2}{4} - bh \cdot (1 - \eta_R)} \quad (11)$$

Для $\eta_R = 0$ т.е. нагрузка отсутствует, а износ происходит, тогда время разрушения

$$t = \frac{b}{2V_0}, \quad \text{или} \quad t = \frac{h}{2V_0} \quad \text{если } h < b. \quad (12)$$

Если $\eta_0 = 1$ $t_R = 0$ Для эксплуатационного уровня напряжений

$$\eta_R = 0,5 \quad t_{\eta,0,5} = \frac{1}{4V_0} \left[b + h - \sqrt{b^2 + h^2} \right] \quad (13)$$

При заданном времени эксплуатации t_s нужно знать первоначальный уровень напряжений η_R

$$\eta_R(t_s) = 1 - V_0 \left[2(b+h)t_s - 4V_0 \cdot t_s^2 \right] / bh \quad (14)$$

Для колонны квадратного сечения:

$$t_{\eta,0,5} = 0,14645h/V_0, \quad (15)$$

$$\eta_R(t_s) = 1 - 4V_0(ht_s - V_0t_s^2) / h^2 \quad (16)$$

К моменту окончания t_s напряжения достигнут значения R . При этом необходимо знать первоначальный размер. Для квадратной колонны

$$h_0 = 2V_0 t_0 / (1 - \sqrt{\eta_R}) \quad (17)$$

Для $\eta_R = 0,5$ и времени эксплуатации $t_0 = 100$ лет, $h_0 = 682,827 \cdot V_0$. При скорости износа $0,058$ см/год, первоначальное сечение должно быть не менее 40×40 см. При таком подходе можно получить определенную экономию. При ограниченном воздействии, что характерно для газо-воздушной агрессивной среды (5) $\Phi_u(t)$ имеет вид:

$$\Phi_{u1}(t) = \frac{1}{1 - h_k e^{-\beta t} [2(b+h) - 4h_k e^{-\beta t}] / bh} \quad (18)$$

Для колонны квадратного сечения:

$$t_R = \beta / \ln \frac{2h_k}{h(1 - \sqrt{\eta_R})} \quad (19)$$

Для заданного времени эксплуатации t_0 первоначальный уровень напряжений

$$\eta_0 = \sqrt{1 - 2h_k e^{-\beta t_0}} \quad (20)$$

Первоначальный размер квадратной колонны при заданных η_R и t_0

$$h_0 = 2h_k e^{-\beta t_0} / (1 - \sqrt{\eta_R}) \quad (21)$$

Если две противоположные грани h защищены износ будет проникать через две другие (b). Функция износа

$$\Phi_{u2}(t) = \frac{1}{1 - 2h_u(t) / h} \quad (22)$$

Параметры износа при любой математической модели определяются с использованием (19) элементарно.

При износе изменяется гибкость:

$$\lambda = 2\sqrt{3} \cdot \ell_0 / p [1 - 2\mu(t)]; \quad \mu(t) = h_u(t) / h \quad (23)$$

Время достижения предельной гибкости для (2)

$$t_\lambda = \frac{0,5 - \sqrt{3} \ell_0 / h \cdot \lambda_{np}}{V_0} \quad (24)$$

для (5)
$$t_{\lambda} = \frac{\beta}{\ln \left(\frac{h_k}{0,5 - \sqrt{3} \cdot \ell_0 / h \lambda_{кр}} \right)}$$
 (25)

Из двух значений t_R и t_{λ} необходимо принять меньшее.

При учете износа ужесточаются требования на величину случайного эксцентриситета, когда ещё можно не учитывать продольного изгиба. Для квадратного сечения:

$$e_0 \leq 0,008333[h - 0,5h_u(t)]$$
 (26)

Для других сечений расчеты выполняются аналогично.

Если износу подвергается только одна грань колонны, а три другие защищены центральное сжатие сменится продольным изгибом с моментом

$$M(t) = P[e_0 + 0,5h_u(t) + y_1(x, t)]$$
 (27)

Дополнительный прогиб $y_1(x)$ можно определить с помощью метода Бубнова-Галеркина [3]. Для шарнирно опертой стойки

$$y_1(x, t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{e_0 + 0,5h_u(t)}{\frac{P_{кр}(t)}{P} - 1} \text{Sin} \frac{\pi x}{\ell}$$
 (28)

При отсутствии e_0 проявление $h_u(t)$ приведёт к смене вида потери устойчивости - от первого рода ко второму. Величина критической силы уменьшается

$$P_{кр}(t) = P_{кр}(t_0) \cdot \Phi_{кр}(t)$$
 (29)

функция износа $\Phi_{кр}(t) = [1 - \mu_u(t)]^3$ (30)

В таблице №3 приведены данные изменения $\Phi_{кр}$, а следовательно и $P_{кр}$ при износе. Изменение $\Phi_{кр}$ на 5% снижает $P_{кр}$ на 14,2% т.е. износ существенно влияет на величину $P_{кр}$

Таблица №3. Изменение $\Phi_{кр}$ от μ_u

μ_u	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,2	0,3
Φ_u	0,9703	0,9412	0,9127	0,8847	0,8574	0,729	0,512	0,343

Если сжимающая сила в момент приложения составляет какую-то долю $P(t) = \eta_p \cdot P_{кр}(t_0)$, то через определенное время стойка потеряет устойчивость. Его можно определить из такого условия:

$$\mu_u(t) = 1 - \sqrt[3]{\eta_p} \quad (31)$$

При $\eta_p = 0,35$, когда μ_u достигнет 0,3 h при скорости износа $V_0 = 1$ мм, стойка потеряет устойчивость через 118 лет, при $\eta_p = 0,80$ через 28,6 лет. Задавая $h_u(t)$ по (5) время потери устойчивости для квадратной колонны $h \times h$ составит:

$$t_{cr} = \frac{\beta}{\ln h_k / h (1 - \sqrt[3]{\eta_p})} \quad (32)$$

При определенном значении h_k уровень η_p должен быть больше минимальной величины

$$\eta_p^{\min} \geq (1 - h_k / h)^3 \quad (33)$$

При $\eta_p < \eta_p^{\min}$ потери устойчивости не происходит.

При длительной эксплуатации конструкций прогибы в результате износа будут возрастать. Для нормальной работы прогибы на всем протяжении времени t_s не должны превышать допускаемых $[f]$. Для выполнения этого условия сжимающая сила должна быть определенной величины

$$P_{э.дл} = \frac{P_{кр}(t) \cdot \Phi_{u.з}(t)}{1 + 0,6366 h_u(t_s) / [f]} \quad (34)$$

Для времени эксплуатации t_s вычисляются $\Phi_u(t)$ по (29), $h_u(t_s)$ по (2) – (5) и при заданном значении допускаемого выгиба стержня вычисляется $P_{э.дл}$. Аналогичные исследования для стержней из композитных материалов выполняются с учетом функций износа (8) или (10)

Литература.

1. Аширов А.И. Статический метод расчета пространственных конструкций с учетом изменчивости параметров при коррозионном износе. Автореферат на соиск. Уч. степени к.т.н. Москва, 1989г.
2. Сетков В.Ю., Шибанова И.С., Рысева О.П. Действие углекислого газа на железобетонные балки и плиты промышленных зданий и сооружений. Ж. Строительство и архитектура, №12, 1981 г.
3. А.С.Вольмир. Устойчивость упругих систем. Гос. изд-во физико-математической литературы, М., 1963г, с. 65-69.