УДК 691:539.217.2

РОЛЬ ИНДУЦИРОВАННЫХ ТЕПЛОПРОВОДЯЩИХ КАНАЛОВ В ФОРМИРОВАНИИ ТЕПЛОИЗОЛИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

ЗАГИНАЙЛО И. В.^{1*}, *к.ф.-м.н., доц.,* МАКСИМЕНЮК Я. А.², *к.т.н., доц.,* ПИСАРЕНКО А. Н.^{3*}, *к.ф.-м.н., доц.*

^{1*}Кафедра физики, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, ул. Дидрихсона, 4, г. Одесса, Украина, 65029, тел. +38 (048) 788-15-68, e-mail: sivzag@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4022-9120

²Кафедра физики, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, ул. Дидрихсона, 4, г. Одесса, Украина, 65029, тел. +38 (048) 729-86-43, e-mail: a-209@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0003-2434-9904

^{3*}Кафедра физики, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, ул. Дидрихсона, 4, г. Одесса, Украина, 65029, тел. +38 (048) 729-86-43, e-mail: pysarenkoan@gmail.com,_ORCID ID: 0000-0001-5938-4107

Аннотация. Цель. Анализ влияния случайно размещаемых включений на локальные тепловые потоки в двухфазных композиционных материалах и эффективную теплопроводность указанных материалов. Методика. Моделирование размещения фаз в композите методом Монте-Карло, численное решение уравнения теплопроводности в неоднородной среде, расчет локальных тепловых потоков. Результаты. Исследованиями статистических распределений эффективной теплопроводности и концентрационных зависимостей ее среднего значения установлено, что эффективная теплопроводность двухфазных композитов и ее неустранимый разброс зависит от параметров размещения включений, в частности, от минимально возможной дистанции между ними. Изучение карт локальных тепловых потоков показало, что под действием внешнего градиента температуры и случайно разбросанных включений в фазе матрицы индуцируются теплопроводящие каналы, а также возникают экранированные области матрицы (т.н. темная матрица), плотность локальных тепловых потоков в которых сравнима с плотностями потоков через теплоизолирующие включения. Научная новизна. Впервые на основе проведенных расчетов показано, что эффективная теплопроводность двухфазных материалов с теплоизолирующими включениями в значительной мере определяется числом и протяженностью теплопроводящих каналов, индуцируемых в веществе матрицы под действием внешнего перепада температуры. Также показано, что часть теплопроводящей матрицы мало участвует в процессе теплопереноса, будучи экранированной включениями (эффект «темной матрицы»). Практическая значимость. Проведенные исследования позволили определить факторы, которые необходимо учитывать при дальнейшем развитии теории обобщенной проводимости для случайно-неоднородных композитных материалов.

Ключевые слова: композиционный материал; эффективная теплопроводность; метод Монте-Карло; индуцированные теплопроводящие каналы; темная матрица

РОЛЬ ІНДУКОВАНИХ ТЕПЛОПРОВІДНИХ КАНАЛІВ У ФОРМУВАННІ ТЕПЛОІЗОЛЯЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ДВОКОМПОНЕНТНИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

ЗАГИНАЙЛО І. В.^{1*}, к.ф.-м.н., доц., МАКСИМЕНЮК Я. О.², к.т.н., доц., ПИСАРЕНКО О. М.^{3*}, к.ф.-м.н., доц.

^{1*}Кафедра фізики, Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул. Дидрихсона, 4, г. Одеса, Україна, 65029, тел. +38 (048) 788-15-68, e-mail: sivzag@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4022-9120

²Кафедра фізики, Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул. Дидрихсона, 4, г. Одеса, Україна, 65029, тел. +38 (048) 729-86-43, e-mail: a-209@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0003-2434-9904

^{3*}Кафедра фізики, Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул. Дидрихсона, 4, г. Одеса, Україна, 65029, тел. +38 (048) 729-86-43, e-mail: pysarenkoan@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-5938-4107

Анотація. Ціль. Аналіз впливу випадково розміщених включень на локальні теплові потоки в двофазних композиційних матеріалах і ефективну теплопровідність зазначених матеріалів. Методика. Моделювання розміщення фаз в композиті методом Монте-Карло, чисельне рішення рівняння теплопровідності в неоднорідному середовищі, розрахунок локальних теплових потоків. *Результати*. Дослідженнями статистичних розподілів ефективної теплопровідності і концентраційних залежностей її середнього значення встановлено, що ефективна теплопровідність двофазних композитів і її непереборний розкид залежить від параметрів розміщення включень, зокрема, від мінімально можливої дистанції між ними. Вивчення карт локальних теплових потоків показало, що під дією зовнішнього градієнта температури і випадково розкиданих включень в фазі матриці індукуються теплопровідні канали, а також виникають екрановані області матриці (т.зв. темна

матриця), щільність локальних теплових потоків в яких порівнянна з щільністю потоків через теплоізольовані включення. *Наукова новизна*. Вперше на основі проведених розрахунків показано, що ефективна теплопровідність двофазних матеріалів з теплоізоляційними включеннями в значній мірі визначається числом і протяжністю теплопровідних каналів, індукованих в речовині матриці під дією зовнішнього перепаду температури. Також показано, що частина теплопровідної матриці бере незначну участь в процесі теплопереносу, будучи екранованою включеннями. **Практична значимість**. Проведені дослідження дозволили визначити фактори, які необхідно враховувати при подальшому розвитку теорії узагальненої провідності для випадково-неоднорідних композитних матеріалів.

Ключові слова: композиційний матеріал; ефективна теплопровідність; метод Монте-Карло; індуковані теплопровідні канали; темна матриця

INDUCED THERMALLY CONDUCTIVE CHANNEL INFLUENCE ON THE FORMATION OF THE INSULATING PROPERTIES OF BINARY COMPOSITE MATERIALS

ZAGINAYLO I. V.^{1*}, *Cand. Sc. (Phys.), Assoc. Prof.*, MAKSIMENIUK Ya. A.², *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*, PISARENKO A. N.^{3*}, *Cand. Sc. (Phys.), Assoc. Prof.*

^{1*}Department of Physics, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4, Didrikhson str, Odessa 65029, Ukraine, phone. +38 (048) 788-15-68, e-mail: sivzag@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4022-9120

²Department of Physics, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4, Didrikhson str, Odessa 65029, Ukraine, phone. +38 (048) 729-86-43, e-mail: a-209@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0003-2434-9904

^{3*}Department of Physics, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4, Didrikhson str, Odessa 65029, Ukraine, phone. +38 (048) 729-86-43, e-mail: pysarenkoan@gmail.com,_ORCID ID: 0000-0001-5938-4107

Abstract. Purpose. Analysis of accidental placed inclusions impact on efficient thermal conductivity and local heat fluxes of two-phase composite materials. Method. Composite phase placement simulation by the Monte Carlo method, numerical solution of heat equation in a heterogeneous environment, local heat fluxes calculation. **Results**. The authors have studied the statistical distribution of the effective thermal conductivity and concentration dependences of its average value. Numerical experiments revealed that the two-phase composites effective heat conduction and its irremovable variation depends on the inclusions placement options in particular by the minimum possible distance between them. The local heat fluxes maps study is showed that the heat-conducting channels in matrix phase are induced under the influence of external temperature gradient and randomly scattered inclusions. It found that the shielded regions (so-called "dark matrix") appear in composite matrix. The dark matrix local heat fluxes density is comparable to the density of fluxes through the thermal inclusions. **Scientific novelty.** As a result, the calculations showed that the two-phase materials effective thermal conductivity with insulating inclusions are largely determined by the number and length of the heat-conducting matrix certain volume, which is shielded by inclusions, does not affect on the heat transfer process. **Practical meaningfulness.** The numerical study allowed us to identify the factors that must be considered in the further development of the generalized conductivity theory for random inhomogeneous composite materials.

Keywords: composite; effective thermal conductivity; Monte Carlo method; induced heat-conducting channels; dark matrix

Постановка проблемы

Разработка эффективных теплоизолирующих строительных композиционных материалов для ограждающих конструкций зданий и сооружений является важной практической задачей. При этом полезно уметь предсказывать теплоизолирующие свойства материалов до начала этапа экспериментальной проверки. Для аналитического вычисления коэффициентов теплопроводности на базе теории обобщенной проводимости (ТОП) получен ряд эмпирических и полуэмпирических формул для композитов разной структуры [6]. Однако в материалах co случайной неоднородностью структуры для расчетов методами ТОП предлагается переход к эквивалентным регулярным структурам. Использование теоретикочисловых методов позволяет прогнозировать

свойства композитных материалов в более широком диапазоне геометрических параметров и теплофизических свойств матрицы и наполнителя.

Анализ последних исследований, выделение нерешенных ранее частей общей проблемы

Разработка модели гетерогенной среды в [7] позволила учитывать, хотя и с невысокой точностью, влияние разной формы включений и их ориентации на эффективные коэффициенты. Нелинейные тепловые характеристики анизотропных тел определялись методом решения обратной задачи [2] и путем оценивания сопротивления термического с учетом контакта неидеальности теплового матрицавключение [1]. Достаточно интересным подходом к решению задачи определения эффективных коэффициентов является численная гомогенизация методом осреднения дифференциальных операторов [3]. Однако, основным недостатком подобных методик является возможность их применения только для случаев регулярного или равномерного распределения включений. В [5, 6] для определения эффективной теплопроводности применено имитационное моделирование (метод Монте-Карло). В этих работах рассматривальсь матрицы с включениями круглой и квадратной формы, а решение задачи теплопереноса в каждом испытании проводилось методом конечных элементов.

С точки зрения авторов, метод Монте-Карло является более предпочтителен для расчета теплопроводности случайных неоднородных структур. Но, будучи статистическим по своей природе, он только позволяет оценить вероятность проявления материалом определенных свойств, но не может объяснить, почему именно эти свойства достигаются.

Цель работы

Проанализировать, каким образом случайно размещенные включения изменяют величины и пути прохождения локальных тепловых потоков в двухфазных материалах композиционных И определить, как это влияет на эффективную теплопроводность таких материалов.

Изложение основного материала исследований

Ha данном этапе исследований МЫ ограничились двумерной моделью материала, вяжущей состоящего ИЗ матрицы И теплоизолирующих включений квадратной формы одинакового размера. Распределение включений по матрицы задавалось случайным площади и Теплопроводность включений равновероятным. выбрана нами равной теплопроводности пенопласта: $\lambda_{\rm B} = 0.045$ Вт/(м·К), а матрицы – равной теплопроводности сухой песочно-цементной смеси: $\lambda_{\rm M} = 0.93$ Bt/(M·K). Кроме того, нами в материале задавались размеры включений а, концентрация включений η и минимально допустимая дистанция d_{min} между ними. Концентрация *η* определялась нами как отношение всей площади, занятой включениями, к общей площади расчетной области. При d_{min} = 0 включения могли контактировать друг с другом, в противном случае между ними всегда оставался слой матрицы (изолированные включения).

В математической модели пространственная неоднородность материала означает координатную зависимость теплопроводности $\lambda(x,y)$. При этом в двухфазном материале $\lambda(x,y)$ может принимать только два значения: теплопроводности матрицы $\lambda_{\rm M}$, или теплопроводности включений $\lambda_{\rm B}$.

Дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье в случае координатной зависимости λ и отсутствия источников принимает вид:

$$\nabla [\lambda(x, y) \cdot \nabla T(x, y)] = 0 \tag{1}$$

Данное уравнение мы решали численно конечно-разностным методом релаксации на ортогональной сетке с шагом h и с граничными условиями первого рода: фиксированными температурами на внешних границах расчетной области. Размеры прямоугольной расчетной области составляли $162h \times 322h$.

Для каждого варианта материала, те комбинации параметров *a*, *d*_{min} и *η* мы выполняли от 4000 до 8000 испытаний: случайным образом размещали включения и решали уравнение (1). Параметры а и d_{min} задавались числом шагов результатам расчетной сетки. По решения определяли эффективную теплопроводность материала λ_{eff} .

На рис. 1 и рис. 2 показаны статистические распределения эффективной теплопроводности, полученные в материалах с a = 4h, $\eta = 0,28$ и различными $d_{\min} = 0$ в результате 4000 испытаний.



Два представленных распределения кроме различных средних значений обладают очевидно различными старшими центральными моментами: дисперсией, коэффициентом асимметрии и эксцессом. Это приводит нас к выводу, что выборки, породившие данные распределения, не принадлежат к одной генеральной совокупности. Аналогично различаются распределения λ_{eff} , полученные при других минимальных дистанциях в данной комбинации *а* и η , а также в других комбинациях *а* и η . Таким образом, минимальная дистанция между включениями оказывает влияние на эффективную теплопроводность материала.

На рис. З показаны концентрационные зависимости среднего значения эффективной теплопроводности, полученные в сериях по 4000 испытаний, для материала с a = 8h и с различными d_{\min} .



Рис. 3. Зависимости среднего λ_{eff} от η в материале с a = 8h и различными, $d_{min} = 3h / \lambda_{eff}$ concentration dependences for the material with a = 8h

and various d_{min} .

Видно, что данные зависимости различаются для разных d_{\min} и являются нелинейными. Их можно удовлетворительно аппроксимировать формулой:

$$\lambda_{eff} = \lambda_M \left(1 - \frac{\alpha \eta}{1 + \beta \sqrt{\eta^3}} \right) \tag{2}$$

Коэффициенты α и β в различных модификациях ТОП зависят только от соотношения λ_{M} , и λ_{B} и формы включений. Для кривых, показанных на рис. 3, найденные коэффициенты α и β приведены в таблице 1.

Таблица 1

Параметры аппроксимации концентрационных зависимостей эффективной теплопроводности / The approximation parameters of the effective thermal conductivity concentration dependences

d_{\min}	α	β
0	1,82	0,95

Продовження таблиці 1			
h	1,79	1,10	
2h	1,79	1,20	
3h	1,79	1,24	

Как видно из данных в таблице, наблюдается отличие коэффициентов β для разных d_{\min} ; эти отличия статистически значимы, т.е. d_{\min} через вхождение в коэффициент β влияет на концентрационную зависимость теплопроводности.

Таким образом, статистические методы показывают, что помимо учитываемого в ТОП соотношения теплопроводностей компонент и формы включений, на эффективную теплопроводность влияют и другие параметры материала, а именно, размер включений и минимальная дистанция между ними.

Для выяснения механизма влияния этих параметров материала на его теплоизолирующую способность рассматривали ΜЫ локальные тепловые потоки (ЛТП), проходящие через узлы расчетной сетки в различных испытаниях. Для удобства представления материала мы приведем ниже карты размещения включений и карты потоков отдельных тепловых фрагментов расчетной области размером 32×32 узла сетки (всего 1024 узла).

На рис. 4 представлены карты включений и ЛТП

в некоторой случайной реализации материала с параметрами: a = 4h, $d_{\min} = 2h$, $\eta = 0,31$; λ_{eff} для этого фрагмента составляет 0,50 Вт/(м·К). Температурный градиент приложен слева направо.



Рис. 4. Карта размещения включений (слева) и ЛТП (справа) во фрагменте материала с a = 4h, $d_{min} = 2h$, $\eta = 0,31$ / Inclusions location map (left) and flux map (right) for the material fragment with a = 4h, $d_{min} = 2h$, $\eta = 0,31$

На данной и всех нижеприведенных картах ЛТП красным цветом выделены узлы с самыми низкими интенсивностями потоков, а синим – с самыми высокоинтенсивными потоками. Под действием градиента температур тепловые потоки устремляются по определенным путям между теплоизолирующими включениями. Эти пути и являются теплопроводящими каналами. Но так как эти каналы образуются только при приложении внешнего перепада температур, то их правильно назвать индуцированными каналами. В показанном фрагменте видно 3 индуцированных

сквозных канала, и еще несколько более коротких каналов (выделены белыми стрелками).

На рис. 5 показано распределение ЛТП по величине в узлах данного фрагмента. На этом распределении выделяется три характерных пика. Пик «В» связан с узлами, занятыми теплоизолирующими включениями. Пик «К» связан с узлами, через которые проходят индуцированные теплопроводящие каналы. Третий пик, обозначенный нами «Т», как показал анализ, связан с теми узлами, которые находятся в матрице, т.е. обладают такой же теплопроводностью, как и узлы каналов, но через которые не проходят значительные ЛТП, так как узлы по ходу потоков экранируются теплоизолирующими включениями. B противоположность индуцированным тепловым каналам, эти узлы мы назвали областями темной матрицы. По сути области темной матрицы также являются индуцированными.



Рис. 5. Распределение ЛТП во фрагменте, показанном на рис. 4 / Local flux distribution in the fragment to Fig. 4

На рис. 6 представлены карты включений и ЛТП

в случайной реализации материала с другой минимальной дистанцией: a = 4h, $d_{\min} = h$, $\eta = 0,31$; λ_{eff} здесь также составляет 0,50 Bt/(м·K).

Рис. 6. Карта размещения включений (слева) и ЛТП (справа) в материале с a = 4h, $d_{min} = h$, $\eta = 0,31$ / Inclusions location map (left) and flux map (right) for the material fragment with a = 4h, $d_{min} = h$, $\eta = 0,31$

Хотя с уменьшением d_{\min} , как мы наблюдали выше, среднее значение λ_{eff} должно уменьшаться, в данной реализации материала этого уменьшения не произошло. При этом в данном фрагменте мы наблюдаем большое число сквозных индуцированных теплопроводящих каналов. На рис. 7 показано распределение ЛТП по величине в узлах данного фрагмента. Пики включений «В» и узлов темной матрицы «Т» сохраняют свои положения. А пик каналов «К» несколько смещен влево, но имеет гораздо более вытянутое правое крыло. По-видимому, уширение пика вправо компенсирует его смещение влево. Это и является причиной сохранения достаточно высокого значения $\lambda_{\rm eff}$.

На рис. 8 представлены карты включений и ЛТП

в другой случайной реализации такого же материала, что и на рис. 6; λ_{eff} здесь составляет 0,44 Вт/(м·К). И в данном фрагменте мы наблюдаем всего один сквозной индуцированный теплопроводящий канал, остальные каналы являются весьма короткими.

Puc. 7. Распределение ЛТП во фрагменте, показанном на puc. 6 / Local flux distribution in the fragment to Fig. 6

Рис. 8. Карта размещения включений (слева) и ЛТП (справа) в материале с a = 4h, $d_{min} = h$, $\eta = 0,31$ / Inclusions location map (left) and flux map (right) for the material fragment with a = 4h, $d_{min} = h$, $\eta = 0,31$

На рис. 9 показано распределение ЛТП по величине в узлах данного фрагмента.

Рис. 9. Распределение ЛТП во фрагменте, показанном на рис. 8 / Local flux distribution in the fragment to Fig. 8

Пики включений и узлов темной матрицы на рис. 9 также сохраняют свои положения. А пик каналов настолько сильно смещен влево, что перекрывается с пиком узлов темной матрицы; при этом пик каналов имеет достаточно сильно вытянутое правое крыло распределения.

Таким образом, анализ карт ЛТП и их распределений по величине приводит нас к следующим выводам. Вопервых, часть материала матрицы слабо участвует в процессах теплопереноса, будучи экранированной включениями. Во-вторых, вариации теплопроводности в различных реализациях материала одного типа обусловлены числом и протяженностью индуцированных теплопроводящих каналов.

Еще один фактор, влияющий на эффективную теплопроводность материала — это извилистость каналов. Наличие участков, где тепловой поток движется под большими углами к внешнему градиенту температур, увеличивает длину пути теплового потока и тепловое сопротивление канала.

Выводы

1. Внешний градиент температуры, приложенный к двухфазному композитному материалу со случайно расположенными теплоизолирующими включениями, индуцируют в его матрице теплопроводящие каналы, по которым преимущественно проходят тепловые потоки. Также индуцируются области темной матрицы, дающие малый вклад в теплоперенос. При этом количество, средняя длина и ширина индуцированных каналов, а также доля объема, занятого темной матрицей, зависят от концентрации включений, их размеров и минимального расстояния между ними.

2. Теоретическая модель теплопроводности композитов должна учитывать соотношение объемов теплоизолирующих включений, индуцированных проводящих каналов и темной матрицы. Модель также должна учитывать увеличение длины пути тепловых потоков за счет участков, где локальные потоки направлены перпендикулярно внешнему градиенту температур.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Зарубин В. С. Двусторонние оценки термического сопротивления неоднородного твердого тела / В. С. Зарубин, Г. Н. Кувыркин // ТВТ. Т. 51, № 4, 2013. – С. 578-585.

2. Формалев В. Ф. Методология решения обратных коэффициентных задач по определению теплофизических характеристик анизотропных тел / В. Ф. Формалев, С. А. Колесник // ТВТ. Т.51, № 6, 2013. – С. 875-883.

3. Bensoussan A. Asymptotic analysis for periodic structures providence / A. Bensoussan, J. -L. Lions, G. Papanicolau – R.I.: American Math. Society. – 2011. – 392 p.

4. Calculations of the Thermal Conductivity of Porous Materials / T. Fielder, E. Pesetskaya, A. Öchsner and J. Grácio // Materials Science Forum. – 2006. – Vols. 514 - 516. – P. 754-758.

5. Calculation of the effective thermal conductivity in composites using finite element and Monte Carlo methods / T. Fielder, A. Öchsner, N. Muthubandara, I. V. Belova and G. E. Murch // Materials Science Forum. – 2007. – Vol. 553. – P. 51-56.

6. Analysis and problem statement of the optimal thermal design of technical objects / M. Lobur, I. Farmaga, U. Marikutsa, O. Matviykiv, L. Ciupinski // Proc. of the International Conference Microtechnology and Thermal. Lodz, Poland, june 28-july 1, 2011. – P. 223-227.

7. Development of thermal conductivity prediction system for composites / Y. Xu, J. Kinugava, K. Yaki // Mater. Trans. – 2003. – Vol. 44, no. 4. – P. 629-632.

REFERENCES

1. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Dvustoronnie ocenki termicheskogo soprotivleniya neodnorodnogo tverdogo tela* [Bilateral evaluations of thermal resistance of a non-homogeneous solid]. *TVT* [High Temperature]. 2013, vol. 51, no. 4, pp. 578-585. (in Russian).

2. Formalev V.F., Kolesnik S.A. *Metodologiya resheniya obratnyh koehfficientnyh zadach po opredeleniyu teplofizicheskih harakteristik anizotropnyh tel* [The inverse coefficient problems solution methodology for anisotropic body's thermal characteristics determination]. *TVT* [High Temperature]. 2013, vol. 51, no. 6, pp. 875-883. (in Russian).

3. Bensoussan A. Asymptotic analysis for periodic structures providence. R. I.: American Math. Society, 2011, 392 p.

4. Fielder T., Pesetskaya E., Öchsner A. and Grácio J. Calculations of the Thermal Conductivity of Porous Materials. Materials Science Forum. 2006, vols. 514 – 516, pp. 754 -758.

5. Fielder T., Öchsner A., Muthubandara N., Belova I.V. and Murch G.E. *Calculation of the effective thermal conductivity in composites using finite element and Monte Carlo methods. Materials Science Forum.* 2007, vol. 553, pp. 51-56.

6. Lobur M., Farmaga I., Marikutsa U., Matviykiv O., Ciupinski L. Analysis and problem statement of the optimal thermal design of technical objects. Proc. of the International Conference Microtechnology and Thermal. Lodz, Poland. June 28- July 1, 2011, pp. 223-227.

7. Xu Y., Kinugava J., Yaki K. Development of thermal conductivity prediction system for composites. Mater. Trans. 2003, vol. 44, no. 4. pp. 629-632.

Стаття надійшла в редколегію 20.09.2016