

### СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОЙ АНИЗОТРОПИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

**И. В. Загинайло, А. Н. Писаренко, Д. А. Спиридонов**

Одесская государственная академия строительства и архитектуры  
ул. Дидрихсона, 4, г. Одесса, 65029, Украина. E-mail: pysarenkoan@gmail.com

На двумерных моделях рассмотрена эффективная теплопроводность двухфазного композиционного материала со случайным размещением теплоизолирующих включений при приложении градиента температуры в различных направлениях. Размещение включений в моделируемом материале задавалось с помощью генератора случайных чисел. Эффективная теплопроводность находилась путем численного решения уравнения Фурье. На большом количестве числовых расчетов для включений различных размеров показано, что эффективная теплопроводность моделируемого материала при прохождении теплового потока в различных направлениях различна. Это свойство названо нами эффективной анизотропией теплопроводности. Природа эффективной анизотропии теплопроводности чисто статистическая. Показано, что эффективная анизотропия теплопроводности зависит от размера включений, их концентрации и дистанции между ними. Путем сравнения характеристик статистических распределений соответствующих величин установлено, что мерой эффективной анизотропии теплопроводности может выступать стандартное отклонение распределения эффективной теплопроводности.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, композиционный материал, эффективная теплопроводность, эффективная анизотропия теплопроводности.

### СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОЇ АНІЗОТРОПІЇ ТЕПЛОПРОВОДНОСТІ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

**І. В. Загинайло, О. М Писаренко, Д. О. Спиридонов**

Одеська державна академія будівництва і архітектури  
вул. Дідріхсона, 4, м. Одеса, 65029, Україна. E-mail: pysarenkoan@gmail.com

На двовимірних моделях розглянута ефективна теплопровідність двофазного композиційного матеріалу з випадковим розташуванням теплоізолюючих включень при прикладенні градієнта температури в різних напрямках. Розташування включень в моделях матеріалу задавалося за допомогою генератора випадкових чисел. Ефективна теплопровідність знаходилась шляхом чисельного рішення рівняння Фур'є. На великій кількості числових розрахунків для включень різних розмірів показано, що ефективна теплопровідність матеріалів, що моделювалися, відрізняється при проходженні теплового потоку в різних напрямках. Вказану властивість названо нами ефективною анізотропією теплопровідності. Природа ефективної анізотропії теплопровідності суто статистична. Показано, що ефективна анізотропія теплопровідності залежить від розміру включень, їх концентрації та дистанції між ними. Шляхом порівняння характеристик статистичних розподілів відповідних величин встановлено, що мірою ефективної анізотропії теплопровідності може виступати стандартне відхилення розподілу ефективної теплопровідності матеріалу.

**Ключові слова:** математичне моделювання, композиційний матеріал, ефективна теплопровідність, ефективна анізотропія теплопровідності.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** С ростом стоимости энергоресурсов все более актуальной задачей становится создание новых строительных композиционных материалов (СКМ) с заданными теплоизолирующими свойствами для ограждающих конструкций зданий и сооружений. В равной мере это касается и оптимизации теплоизолирующих свойств существующих СКМ на этапах определения состава исходного сырья и выбора технологических режимов их изготовления.

Проблемы теоретического предсказания эффективной теплопроводности СКМ представляют как практический, так и научный интерес, поскольку описание теплопереноса в случайно-неоднородных средах сопряжено с дополнительными математическими трудностями, обусловленными структурным отличием СКМ от однородных и регулярно-неоднородных сред.

Для описания теплопроводности двухфазных композиционных материалов, как правило, используют теорию обобщенной проводимости (ТОП) Дж. Максвелла [1]. ТОП описывает обобщенную проводимость для двухкомпонентной системы, состоящей

из изотропной матрицы и не взаимодействующих включений сферической формы и позволяет найти эффективную теплопроводность двухфазного материала, удовлетворяющего ограничениям теории, учитывать влияние теплопроводности его компонент, расположения и концентрации включений [2]. Модель Гамильтона – Кроссера [3] расширяет применимость ТОП на другие формы частиц наполнителя – цилиндрическую и пластинчатую.

Распространенным приемом для расчета эффективной теплопроводности СКМ является замена реального хаотического размещения включений на идеализированные модели, в которых имеет место дальний порядок. Данную замену стремятся сделать таким образом, чтобы новая система с дальним порядком сохранила основные черты хаотической. Такие системы названы адекватными упорядоченными структурами, а транспонируемые элементы, создающие дальний порядок, – элементарными ячейками [4]. В модели Оделевского [5] хаотическая система включений в СКМ заменяется двумя типами адекватных структур: 1) кубической решеткой, в узлах которой размещены ориентированные кубиче-

ские включения; 2) матричной системой с длинными параллельными призмами или цилиндрами.

В случае необходимости учета нелинейных свойств среды для решения задачи используют специальные численные методы, например [6].

Введение в матрицу ориентированных включений вытянутой формы, приводит к анизотропии эффективной теплопроводности [7]. При этом отмечалось, что результаты расчетов зависят от способа разбиения элементной ячейки для определения ее термосопротивления.

Влияние одно- и полимодальных фракций включений на эффективную теплопроводность композита изучено в [8]. Однако рассматриваемые в работе параметры влияния включали в себя размеры частиц-включений, но не минимально допустимое расстояние между ними.

Альтернативой теоретического рассмотрения адекватных систем является математическое моделирование при хаотическом размещении включений. Так, в [9] анализировался разброс эффективной теплопроводности матрицы с включениями в виде длинных стержней при случайных отклонениях положений стержней от узлов регулярной решетки. Достаточный подробный алгоритм численного расчета теплофизических характеристик композитов со случайным и фрактальным расположением включений приведен в [10] для двумерного и трехмерного случаев. Фейдлер с соавторами [11, 12] применил метод Монте-Карло для расчета эффективной теплопроводности двухфазного композита, однако не обнаружил существенных отличий полученных величин эффективной теплопроводности моделируемого материала от значений, предсказываемых ТОП Максвелла.

Нами в работах [13, 14] также проводился расчет эффективной теплопроводности двухфазного композита методом Монте-Карло. Было показано, что случайное размещение включений в матрице приводит к разбросу величин прошедшего теплового потока и, следовательно, к разбросу эффективной теплопроводности в разных реализациях случайных размещений. Были обнаружены зависимости характеристик статистического распределения эффективной теплопроводности – среднего значения, коэффициента вариации, показателей асимметрии и эксцесса – от концентрации, размеров теплоизолирующих включений и минимальной дистанции между ними.

Эффективная теплопроводность материала при случайном размещении включений должна также испытывать определенный разброс при изменении направления приложения внешнего градиента температуры. Таким образом, конкретный образец материала может обладать анизотропией теплопроводности не в силу особой формы включений, как это описано в работе [7], а в силу случайного характера размещения включений. В отличие от истинной анизотропии, обусловленной полной или частичной упорядоченностью структуры материала, эту анизотропию, имеющую чисто статистическую природу, мы назвали эффективной. В каждой конкретной реализации (в образце) материала эту эффективную

анизотропию можно определить, как разность эффективных теплопроводностей при приложении градиента температуры в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Цель работы – исследовать статистические характеристики предполагаемой нами эффективной анизотропии теплопроводности двухфазного композита.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.** В работе использовалась квазидвумерная модель двухкомпонентного композиционного материала, состоящего из матрицы с теплопроводностью  $\lambda_m$  и  $N_f$  теплоизолирующих включений с теплопроводностью  $\lambda_f$  ( $\lambda_f \ll \lambda_m$ ). Значение теплопроводности матрицы в расчетной модели выбрано сопоставимой с теплопроводностью цементно-песочной смеси:  $\lambda_m = 0,93 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ , а теплопроводность включений выбрана равной теплопроводности пенополистирола  $\lambda_f = 0,045 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ .

Под испытанием в данной работе понимается конкретная реализация случайного размещения включений в двумерной прямоугольной матрице без источников тепловыделения и с краевыми условиями по температуре первого рода. Для каждого испытания ставилась внутренняя задача Дирихле для однородного стационарного уравнения теплопроводности Фурье:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(x, y) \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda(x, y) \frac{\partial T(x, y)}{\partial y} \right] = 0, \quad (1)$$

где:  $T(x, y)$ ,  $\lambda(x, y)$  – температура и теплопроводность в области матрицы с координатами  $(x, y)$  соответственно. Для каждого испытания вычислялось поле температур внутри матрицы, тепловые потоки через моделируемый материал, и определялась его эффективная теплопроводность  $\lambda_{ef}$  при приложении градиента температуры вдоль координатных осей  $X$  и  $Y$ .

По значениям эффективной теплопроводности, полученным в ходе  $Q$  испытаний ( $Q \subset [400 \div 3000]$ ), строилось статистическое распределение вероятности  $P_m$  того, что разность эффективных теплопроводностей  $\delta\lambda_{ef}$  вдоль осей  $X$  и  $Y$  попадает в определенный интервал значений. Вероятность оценивалась по формуле:  $P_m = \frac{Q_m}{Q}$ , где:  $Q_m$  – число испытаний, в результате которых эффективная теплопроводность попадала в диапазон  $[\delta\lambda_{ef, m} - \xi; \delta\lambda_{ef, m} + \xi]$ ;  $m$  – целочисленный индекс нумерации диапазонов значений  $\delta\lambda_{ef}$ ,  $\xi$  – полуширина диапазона разбиения значений  $\delta\lambda_{ef}$ . Для полученного распределения определялись его первые четыре момента: среднее значение  $\overline{\delta\lambda_{ef}}$ , стандартное отклонение  $S_{at}$ , коэффициент асимметрии и показатель остроты пика (эксцесс).

Численное решение уравнения (1) мы находили с помощью метода верхней последовательной релак-

сация на квадратной сетке размером  $386 \times 130$  узлов с междуузельным расстоянием (шагом сетки), равным  $a$ . При этом для индексов нумерации узлов вдоль оси  $Y$ :  $i \in [1; 386]$ , а для индексов нумерации узлов вдоль оси  $X$ :  $j \in [1; 130]$ . Включения были представлены в форме квадратов со сторонами:  $L_f = ba$ , где  $b = 4 \dots 8$ . Размер матрицы и включений по третьей координате принимался равным размеру одного шага сетки  $a$ . Таким образом, перетоки тепла вдоль третьей координаты были исключены.

С помощью генератора случайных чисел  $N_f$  включений равномерно размещались случайным образом в шаблоне размером  $128 \times 128$  ячеек сетки. При размещении включений задавалось минимально допустимая дистанция  $d$  между ними (величина  $d$  кратна  $a$ ,  $d < ba$ ). Значение  $d = 0$  соответствовало возможности контакта включений гранями и образования кластеров. Концентрация включений определялась как  $c = N_f \frac{b^2}{128^2}$  и изменялась в интервале  $0,05 \div 0,5$ .

Заполненный шаблон транспонировался на всю область, начиная с ячейки с координатами:  $i = 2$ ,  $j = 2$ . Таким образом, в расчетной области умещалось 3 шаблона. Всем узлам, расположенным на границах области за пределами шаблонов, приписывалась теплопроводность матрицы, равная  $\lambda_m$ .

Краевые условия первого рода задавались следующими соотношениями для граничных температур:

$$T_T(j) = T_B(j) = T_L - \frac{T_L - T_R}{N-1}(j-1), \quad (2)$$

где индексы: «L», «R», «T» и «B» соответствовали левой, правой, верхней и нижней границе прямоугольной матрицы. Направлению «слева–направо» сопоставлялась горизонтальная ось  $X$ , а направлению «сверху–вниз» – вертикальная ось  $Y$ . При расчетах задавалась разность температур  $T_L - T_R = 40 \text{ K}$ .

С целью исключения влияния «верхних» и «нижних» границ расчетной области на результаты расчета для вычисления эффективной теплопроводности использовалась центральная часть расчетной области размером в один шаблон  $i \in [K+1; 2K+1]$ . В силу трансляционной симметрии заполнения области шаблонами тепловые перетоки между «строками»  $i = K$  и  $i = K+1$  в точности равны тепловым перетокам между «строками»  $i = 2K+1$  и  $i = 2K+2$ . Следовательно, для оценки эффективной теплопроводности достаточно вычислить лишь потоки в указанной выше центральной части между «столбцами»  $j = 1$  и  $j = 2$  или между «столбцами»  $j = N-1$  и  $j = N$ . Более подробное описание алгоритма можно найти в [13].

На рис. 1 представлено распределение вероятности реализации значений  $\lambda_{ef}$  в серии из 3100 испытаний при размещении 132 теплоизолирующих включений размером  $5a \times 5a$  в шаблоне  $128a \times 128a$

(концентрация  $c \approx 0,20$ ); минимальная дистанция между включениями  $d = a$ .

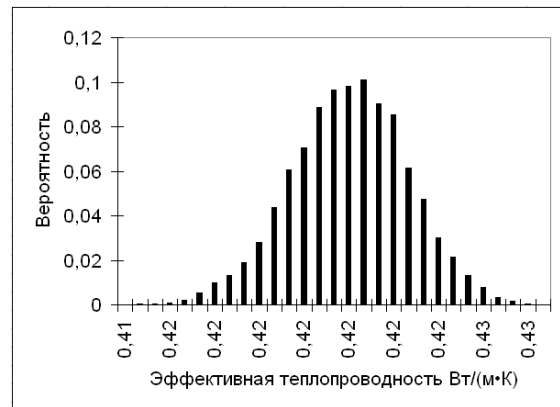


Рисунок 1 – Распределение вероятности реализации значений  $\lambda_{ef}$  при приложении градиента температуры вдоль горизонтальной оси

На рис. 2 показано распределение вероятности реализации значений  $\lambda_{ef}$  в этой же серии размещений, но при условии поворота каждого шаблона на  $90^\circ$ , или, что то же самое, при приложении градиента температур к шаблону вдоль вертикальной оси, а не вдоль горизонтальной.

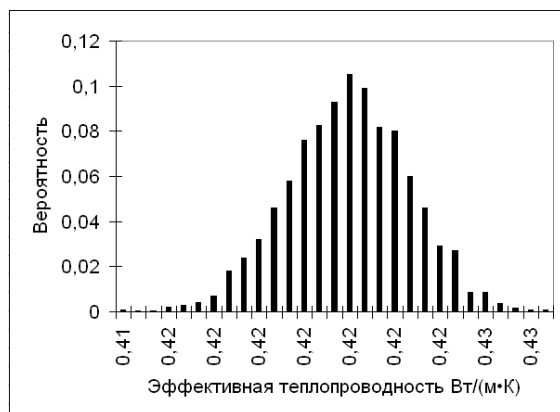


Рисунок 2 – Распределение вероятности реализации значений  $\lambda_{ef}$  при приложении градиента температуры вдоль вертикальной оси

При построении гистограмм, приведенных на рис. 1 и 2, диапазон изменения  $\lambda_{ef}$  был разбит на 30 равных интервалов. Оба распределения имеют сходные параметры: среднее значение эффективной теплопроводности  $\bar{\lambda}_{ef}$  в обоих случаях составляет  $0,421 \text{ Вт/(м·К)}$ , стандартные отклонения обоих распределений теплопроводности  $S_{tc}$  равны  $1,96 \cdot 10^{-3}$  и  $2,01 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/(м·К)}$  соответственно, показатели асимметрии распределений равны  $-0,102$  и  $-0,098$ ; показатели остроты пиков (эксцессы) отличаются достаточно существенно ( $-0,093$  и  $-0,004$ ), но для анализа четвертого центрального момента случайного распределения, каковым является эксцесс, сделанная выборка слишком мала, и ее нельзя считать представительной.

На рис. 3 показано розподілення різниці ефективних теплопроводностей  $\delta\lambda_{ef}$  вздовж двох координатних осей, которая вычислялась для каждого размещения. Эту разность, как отмечалось выше, мы называем эффективной анизотропией теплопроводности.



Рисунок 3 – Распределение вероятности реализации значений  $\delta\lambda_{ef}$

Параметры представленного распределения таковы: среднее значение эффективной анизотропии  $\delta\lambda_{ef}$  составляет  $4,23 \cdot 10^{-5}$  Вт/(м·К), что на 4 порядка меньше средних значений исходных распределений эффективной теплопроводности; можно считать, что в сравнении со средним значением эффективной теплопроводности значение  $\delta\lambda_{ef}$  равно 0. Это означает, что изменение направления приложения внешнего градиента температуры эквивалентно другой случайной реализации размещения включений из той же генеральной совокупности. Стандартное отклонение этого распределения  $S_{at}$  равно  $3,78 \cdot 10^{-3}$  Вт/(м·К), что почти в 2 раза превышает стандартное отклонение  $S_{tc}$  исходных распределений  $\lambda_{ef}$ ; этот результат означает, что для данной серии размещений исходные распределения  $\lambda_{ef}$  при различных ориентациях градиента температуры статистически независимы друг от друга. Показатель асимметрии распределения равен  $-0,019$ , что в 5 раз меньше, чем показатели асимметрии исходных распределений; он, будучи нечетным центральным моментом распределения, стремится к нулевому значению в силу тех же причин, что и среднее значение распределения.

В работе [13] мы изучали статистический разброс эффективной теплопроводности в двумерной модели двухфазного композита, и в качестве меры данного разброса рассматривали коэффициент вариации распределения. Для  $\delta\lambda_{ef}$  коэффициент вариации не имеет смысла, т.к. математическое ожидание распределения  $\delta\lambda_{ef}$  равно нулю. Таким образом, в качестве количественной меры эффективной анизотропии теплопроводности имеет смысл рассматривать стандартное отклонение ее распределения  $S_{\delta\lambda}$ , т.к. математическое ожидание этой величины отлично от нуля.

Величина  $S_{at}$  оказалась зависящей от параметров размещения включений в расчетной области.

Ниже на рис. 4 показана зависимость  $S_{at}$  от размера включений в шаблоне  $128a \times 128a$  при концентрации включений в матрице  $c \approx 0,415$ ; минимальная дистанция между включениями  $d = a$ . Каждая точка графика получена по серии из 400 испытаний. На этом же рисунке показано стандартное отклонение эффективной теплопроводности в тех же сериях испытаний.



Рисунок 4 – Зависимость  $S_{at}$  и  $S_{tc}$  от размера включений

В диапазоне  $b \in [4;8]$  зависимости  $S(b)_{c=0,415;d=1}$ , показанные на рис. 4, в первом приближении можно считать линейными:  $S = a_0 + a_1 b$ . Для  $S_{at}$  в данной серии испытаний подгоночные коэффициенты  $a_0 = 0,001125$ ;  $a_1 = 0,00211$ . Для  $S_{tc}$ :  $a_0 = 0,00061$ ;  $a_1 = 0,00118$ ;

Зависимость стандартного отклонения эффективной анизотропии от минимальной дистанции между включениями показана на рис. 5. На этом рисунке представлены результаты для включений размером  $6a \times 6a$  в шаблоне  $128a \times 128a$ ; число включений в матрице – 106 (концентрация  $c \approx 0,233$ ); каждая точка графика получена по серии из 400 испытаний. На этом же рисунке показано стандартное отклонение эффективной теплопроводности  $S_{tc}$  в тех же сериях испытаний.

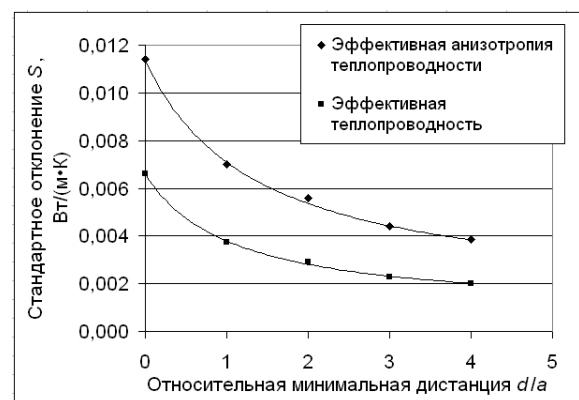


Рисунок 5 – Зависимость  $S_{at}$  и  $S_{tc}$  от минимальной дистанции между включениями

Обе приведенные на рис. 5 зависимости  $S(d)_{b=6;c=0,233}$  могут быть аппроксимированы вы-

ражением вида  $S = a_2 \frac{1+a_3d}{1+a_4d}$ . Для  $S_{at}$  в данной

серии испытаний подгоночные коэффициенты  $a_2 = 0,0114$ ;  $a_3 = 0,0838$ ;  $a_4 = 0,741$ . Для  $S_{tc}$ :  $a_2 = 0,0066$ ;  $a_3 = 0,115$ ;  $a_4 = 0,947$ .

Отметим практически постоянное соотношение между  $S_{at}$  и  $S_{tc}$ , определяемых во всех сериях испытаний: их значения отличаются примерно в 1,9 раза. Зависимости  $S_{at}$  и  $S_{tc}$  повторяют друг друга: оба стандартных отклонения растут по мере роста размера включения и убывают по мере роста минимальной дистанции между включениями. Качественно причины наблюдаемого хода зависимостей  $S(d)$  понятны. При постоянной концентрации включений с ростом минимальной дистанции между ними включения более равномерно размещаются в матрице, что приводит к выравниванию условий протекания теплового потока в различных направлениях и уменьшению разброса эффективной теплопроводности и ее анизотропии. С ростом же размеров включений при их постоянной концентрации включения могут размещаться менее равномерно, что приводит к прямо противоположному эффекту.

На рис. 6 показана зависимость  $S_{at}$  от концентрации включений размером  $5a \times 5a$  в шаблоне  $128a \times 128a$ ; минимальная дистанция между включениями  $d = a$ . Зависимость получена по сериям из 400 испытаний. На этом же рисунке показаны значения  $S_{tc}$  в этих же сериях испытаний.

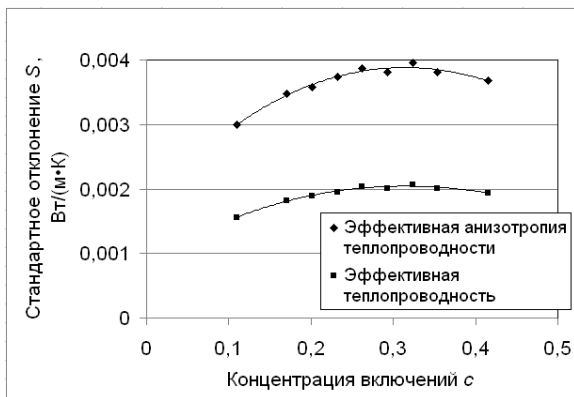


Рисунок 6 – Зависимость  $S_{at}$  и  $S_{tc}$  от концентрации включений

Оба стандартных отклонения имеют максимум в области концентраций  $c_{max} = 0,33$ . Появление этого максимума также объяснимо: по мере роста концентрации включений от нуля растет вероятность различия условий протекания теплового потока в разных направлениях. Но когда концентрация включений становится достаточно высокой (в данном случае – это  $c \approx 0,33$ ), включения начинают располагаться в матрице относительно равномерно, по большей части на минимальной дистанции, и условия протекания тепловых потоков в разных направ-

лениях выравниваются, что приводит к падению величины стандартного отклонения. Значения  $S_{at}$  и  $S_{tc}$  по-прежнему отличаются примерно в 1,9 раза.

Обе приведенные на рис. 6 зависимости  $S(c)_{b=5;d=1}$  могут быть аппроксимированы квадра-

тичными парабололами  $S = a_5 + a_6c - a_7c^2$ . Для  $S_{at}$  в данной серии испытаний подгоночные коэффициенты  $a_5 = 0,0018$ ;  $a_6 = 0,0133$ ;  $a_7 = 0,0211$ . Для  $S_{tc}$ :  $a_5 = 0,0009$ ;  $a_6 = 0,0072$ ;  $a_7 = 0,011$ . Значения коэффициентов  $a_5 \dots a_7$  показывают, что обе кривые идут параллельно и достигают максимума при одинаковом значении концентрации  $c_{max}$ .

На рис. 7 показано, как видоизменяются зависимости  $S_{tc}(c)$  при изменении значения  $d$ .

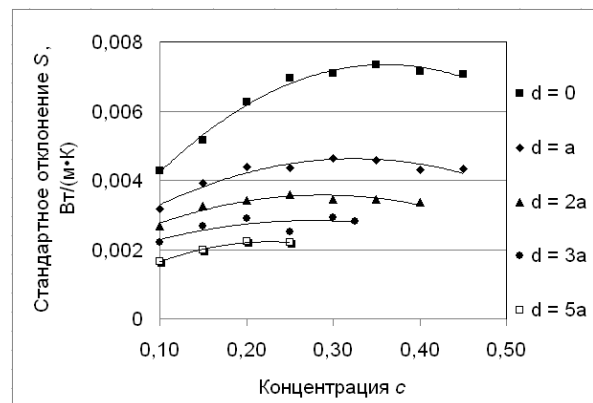


Рисунок 7 – Зависимости  $S_{tc}(c)_{b=8}$  для  $d/a \in [0 \div 5]$

Максимум каждой зависимости  $S_{tc}(c)$  соответствует максимальной эффективной анизотропии теплопроводности  $\delta\lambda_{ef}$  для соответствующих параметров размещения включений. На рис. 8 показана зависимость от  $d$  концентрации  $c_{max}$  для кривых  $S_{tc}(c)_{b=8}$ .

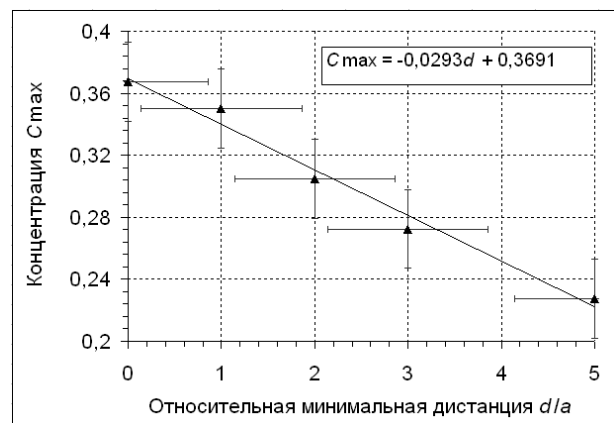


Рисунок 8 – Зависимость концентрации  $c_{max}$  для максимума  $S_{tc}$  от минимальной дистанции  $d$

Рис. 8 показывает, что зависимость  $c_{max}(d)$  носит линейный характер.

**ВЫВОДЫ.** 1. Двухфазные композиционные материалы со случайным размещением включений демонстрируют различие эффективной теплопроводности при прохождении теплового потока в различных направлениях. Это свойство материала можно назвать эффективной анизотропией теплопроводности. Природа эффективной анизотропии теплопроводности чисто статистическая.

2. Постоянство отношения значений стандартных отклонений эффективной анизотропии теплопроводности и собственно эффективной теплопроводности во всех численных экспериментах (приблизительно 1,9) говорит о высокой степени статистической независимости тепловых потоков, идущих в материале при приложении градиента температур в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Таким образом, приложение градиента температур в другом направлении эквивалентно переходу к другому случайному размещению включений.

3. В силу указанного выше обстоятельства количественной мерой эффективной анизотропии теплопроводности материала может выступать стандартное отклонение распределения его эффективной теплопроводности.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Duan H.L., Karihaloo B.L., Wang J. and Yi X. Effective conductivities of heterogeneous media containing multiple inclusions with various spatial distributions // *Phys. Rev. B*. – 2006. – Vol. 73 (17). – P. 174–203.
- Pietrac K. and Wiśniewski T.S. A review of models for effective thermal conductivity of composite materials // *Journal of Power Technologies*. – 2015. – Vol. 95 (1). – P. 14–24.
- Pradhan N.R. and Iannacchione G.S. Thermal properties and glass transition in PMMA+SWCNT composites // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2010. – Vol. 43 (30). – P. 305–403.
- Ganapathy D., Singh K., Phelan P.E. and Prasher R. An effective unit cell approach to compute the thermal conductivity of composites with cylindrical particles // *Journal of Heat Transfer*. – 2005. – Vol. 127 (6). – P. 553–559.
- Baziuk L.V. and Sirenko H.A. Thermophysical Properties of Metals and Polymer Compositions (Review) // *Physics and Chemistry of Solid State*. – 2013. – Vol. 14 (1). – P. 21–27.
- Зайцев Е. П. Влияние термочувствительности и зонального высокотемпературного теплообмена на температурное поле бесконечного цилиндра // *Вісник КрНУ*. – Кременчук: КрНУ, 2016. – Вип. 3/2016 (98), част. 1. – С. 33–40.
- Giraud A., Gruescu C., Do D.P., Homand F and Kondo D. Effective thermal conductivity of transversely isotropic media with arbitrary oriented ellipsoidal inhomogeneities // *International Journal of Solids and Structures*. – 2007. – Vol. 44. – P. 2627–2647.
- Böhm Helmut J. and Nogales Sergio Mori-Tanaka models for the thermal conductivity of composites with interfacial resistance and particle size distributions // *Composite Science and Technology*. – 2008. – Vol. 68. – P. 1181–1187.
- Федотовский В.С., Орлов А.И. Эффективная теплопроводность пучков стержней и труб при их случайных отклонениях от правильной решетки // *Известия ВУЗов. Ядерная энергетика*. – 2008. – № 4. – С. 113–120.
- Никитин А.В., Лиопо В.А., Авдейчук С.В., Струк В.А. Модельные представления о теплопереносе в полимерных наноккомпозитах // *Научные ведомости БелГУ. Серия Математика, Физика*. – 2014. – № 5 (176). – Вып. 34. – С. 150–160.
- Fiedler T., Pesetskaya E., Ochsner A. and Gracio J. Calculations of the Thermal Conductivity of Porous Materials // *Materials Science Forum*. – 2006. – Vol. 514–516. – P. 754–758.
- Fiedler T., Öchsner A., Muthubandara N., Belova I.V. and Murch G.E. Calculation of the Effective Thermal Conductivity in Composites Using Finite Element and Monte Carlo Methods // *Materials Science Forum*. – 2007. – Vol. 553. – P. 51–56.
- Загинайло И.В., Максименюк Я.А., Писаренко А.Н. Роль индуцированных теплопроводящих каналов в формировании теплоизолирующих свойств двухкомпонентных композиционных материалов // *Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. научных трудов ГВУЗ ПГАСА*. – 2016. – Вып. 92. – С. 56–61.
- Zaginaylo I., Maksimeniuk Ya. and Pysarenko A. Two-dimensional numerical simulation study of the effective thermal conductivity statistics for binary composite materials // *International Journal of Heat and Technology*. – 2017. – Vol. 35 (2). – P. 364–370.

#### EFFECTIVE ANISOTROPY OF THERMAL CONDUCTIVITY FOR COMPOSITES: STATISTICAL ANALYSIS

**I. Zaginaylo, A. Pysarenko, D. Spiridonov**

Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

vul. Didrikhson, 4, Odesa, 65029, Ukraine. E-mail: pysarenkoan@gmail.com

**Purpose.** The main focus of this work is to study the effective thermal conductivity variation of binary composites with random arrangement of thermal-insulated inclusions for the case of different directions of applied temperature gradient. The statistical characteristics of the observed variation are determined either. **Methodology.** This problem is considered on two-dimensional models. The inclusions placement in simulated material was set using a random number generator. The effective thermal conductivity was found by the Fourier equation numerical solution with the method of the top progressive relaxation. The size of the square inclusions, their concentration and the minimum distance between them were varied in the models. A large number of tests were performed for each set of the inclusions arrangement parameters. **Results.** It is shown that the values of the effective thermal conductivity of the simulated material don't coincide for different directions of heat fluxes. The statistical distribution's average value of the difference between the effective thermal conductivities along two mutually perpendicular directions equals zero. The standard deviation value

of this distribution depends on the size of the inclusions, their concentration and the distance between them. This value is also proportional to the standard deviation of the effective thermal conductivity distribution. **Originality.** We called the difference between the effective thermal conductivities along two mutually perpendicular directions the “effective anisotropy of thermal conductivity”. The nature of the effective anisotropy of thermal conductivity is purely statistical. The measure of the thermal conductivity effective anisotropy can be the standard deviation of the effective thermal conductivity distribution. **Practical value.** The study of two-dimensional models of composite materials shows that it is possible to control the statistical spread of composites effective thermal conductivity in different directions by choosing the shape, size and density of the inclusions package. References 14, figures 8.

**Key words:** numerical simulation, composite material, effective thermal conductivity, effective anisotropy of the thermal conductivity.

#### REFERENCES

1. Duan, H.L., Karihaloo, B.L., Wang, J. and Yi, X. (2006), “Effective conductivities of heterogeneous media containing multiple inclusions with various spatial distributions”, *Phys. Rev. B.*, vol. 73, no. 17, pp. 174–203.
2. Pietrac, K. and Wiśniewski, T.S. (2015), “A review of models for effective thermal conductivity of composite materials”, *Journal of Power Technologies*, vol. 95, no. 1, pp. 14–24.
3. Pradhan, N.R. and Iannacchione, G.S. (2010), “Thermal properties and glass transition in PMMA+SWCNT composites”, *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 43, no. 30, pp. 305–403.
4. Ganapathy, D., Singh, K., Phelan, P.E. and Prasher, R. (2005), “An effective unit cell approach to compute the thermal conductivity of composites with cylindrical particles”, *Journal of Heat Trasfe*, vol. 127, no. 6, pp. 553–559.
5. Baziuk, L.V. and Sirenko, H.A. (2013), “Thermophysical Properties of Metals and Polymer Compositions (Review)”, *Physics and Chemistry of Solid State*, vol. 14, no. 1, pp. 21–27.
6. Zajcev, Y. P. (2016), “Influence of the double nonlinearity on the infinite cylinder temperature field at zonal high-temperature heat exchange”, *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, vol. 3, no. 98, part 1, pp. 33–40.
7. Giraud, A., Gruescu, C., Do, D.P., Homand, F and Kondo, D. (2007), “Effective thermal conductivity of transversely isotropic media with arbitrary oriented ellipsoidal inhomogeneities”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, pp. 2627–2647.
8. Böhm, Helmut J. and Nogales, Sergio. (2008), “Mori-Tanaka models for the thermal conductivity of composites with interfacial resistance and particle size distributions”, *Composite Science and Technology*, vol. 68, pp. 1181–1187.
9. Fedotovskij, V.S. and Orlov, A.I. (2008), “Effective Heat Conductivity of Rod and Tube Bundles with Random Deviation from Regular Lattice”, *Izvestija Vysshikh Uchebnykh Zawedeniy. Yadernaya Energetika*, vol. 4, pp. 113–120.
10. Nikitin, A.V., Liopo, V.A., Avdejchuk, S.V. and Struk, V.A. (2014), “Model Representations of Thermal Conductance in Polymer Nanocomposites”, *Belgorod State University Scientific Bulletin. Mathematics & Physics*, vol. 5, no. 176, part 34, pp. 150–160.
11. Fiedler, T., Pesetskaya, E., Öchsner, A. and Gracio, J. (2006), “Calculations of the Thermal Conductivity of Porous Materials”, *Mater. Sc. Forum*, vol. 514–516, pp. 754–758.
12. Fiedler, T., Öchsner, A., Muthubandara, N., Belova, I.V. and Murch, G.E. (2007), “Calculation of the Effective Thermal Conductivity in Composites Using Finite Element and Monte Carlo Methods”, *Materials Science Forum*, vol. 553, pp. 51–56.
13. Zaginaylo, I.V., Maksimeniuk, Ya.A. and Pysarenko, A.N. (2016), “Induced thermally conductive channel influence on the formation of the insulating properties of binary composite materials”, *Proceedings of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture. Stroitel'stvo, materialovedenie, mashinostroenie* [Construction, material science, mechanical engineering], vol. 92, pp. 56–61.
14. Zaginaylo, I., Maksimeniuk, Ya. and Pysarenko, A. (2017), “Two-dimensional numerical simulation study of the effective thermal conductivity statistics for binary composite materials”, *International Journal Of Heat And Technology*, vol. 35, no. 2, pp. 364–370.

Стаття надійшла 11.0512017.