Сурьянинов Н.Г. Расчет пластин численно-аналитическим методом граничных элементов. Ортотропные и ребристые пластины / Н.Г. Сурьянинов, И.В. Павленко. — Германия. — LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. — 178 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

1.1. Обзор методов граничных элементов ………………………......……….. 7

1.2. Линейные дифференциальные уравнения…………..………………… 11

1.3. Описание нагрузок на модуль через обобщённые функции и сплайны 15

1.4. Соотношения между граничными параметрами модуля и правила знаков ……………………………………………………………………….. 21

1.5. Решение краевых задач для линейных систем…………………………. 27

1.6. Соотношения ЧА МГЭ для стержней с переменной геометрией …… 34

ГЛАВА 2. ИЗГИБ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

2.1. Развитие методов расчета изгибаемых пластин …..…………………… 38

2.2. Преобразование двумерной задачи изгиба ортотропной пластины к одномерной ……..…………………………………………………………. 57

2.3. О точности метода Канторовича-Власова……………………………… 65

2.4. Параметры состояния одномерного модуля и задача Коши для ортотропной пластины……………………..…………………………… 72

2.5. Основное уравнение метода граничных элементов для ортотропной пластины. Аналитические выражения фундаментальных функций……… 75

2.6. Построение функции Грина ……………………………………………….. 81

2.7. Преобразование внешней нагрузки и формирование вектора нагрузки 88

2.8. Практические расчеты ортотропных пластин………………………….. 100

2.9. Решение краевых задач изгиба ортотропных пластин методом конечных элементов в программе ANSYS………………………………. 107

2.10. Экспериментальные исследования изгиба ортотропных пластин и

сравнительный анализ результатов расчета ……………………………... 119
ГЛАВА 3. РЕБРИСТЫЕ ПЛАСТИНЫ
3.1. Постановка задачи и учет ребер в продольном направлении ………... 128
3.2. Определение фундаментальных функций....…………………………… 132
3.3. Построение функции Грина …………………………………………….. 138
3.4. Преобразование внешней нагрузки, приложенной к ребристой пластине ..…...………………...……………………………………………… 140
3.5. Формирование векторов внешних нагрузок ..………………………….. 143
3.6. Примеры расчетов ребристых пластин методом граничных элементов……………. ……………………………………………………… 154
3.7. Расчет пластин, подкрепленных ребрами жесткости, в программе ANSYS……………………………………………………………………. 161
ЛИТЕРАТУРА 169

ВВЕДЕНИЕ

Большинство задач строительной механики, связанных с исследованием напряженно-деформированного состояния конструкций и их элементов, сводится, как правило, к одному или нескольким дифференциальным уравнениям.

Точные решения этих уравнений, или решения в замкнутом виде, удается получить далеко не всегда. В остальных случаях точные решения либо принципиально невозможны (когда граничные условия или условия на контуре нельзя выразить в аналитической форме), либо приходится сталкиваться с таким объемом вычислений, что получение аналитических решений становится нецелесообразным. В связи с этим при решении многих практических задач давно используются приближенные методы исследования.

Эти методы можно разбить на две основные группы. К первой группе относятся вариационные методы, применение которых позволяет получить численные алгоритмы и приближенные аналитические выражения искомых функций (напряжений, перемещений, внутренних усилий и др.). Вторую группу составляют численные методы, при использовании которых определяются значения искомых функций при тех или иных значениях аргументов.

Как известно, в настоящее время наиболее разработанным численным методом является метод конечных элементов (МКЭ). Этот метод является мощным средством решения задач не только строительной механики, но и целого ряда других дисциплин – гидрогазодинамики, теплотехники, электротехники и т.д. Основные концепции МКЭ были разработаны достаточно давно, однако по-настоящему реализовать все его возможности удалось только с появлением последних поколений компьютерной техники, обладающей большими объёмами памяти для выполнения и хранения значительного количества вычислений, а также хорошим быстродействием.

Количество компьютерных программ, реализующих метод конечных элементов, исчисляется десятками, если не сотнями. Среди них отметим таких гигантов, как ANSYS, CosmosWorks, ABAQUS, NASTRAN, Mechanical Desktop, SCAD Structure.

Наиболее серьёзной проблемой МКЭ, очевидно, следует считать проблему сходимости полученного решения, оценку погрешности, связанной с дискретизацией исходной геометрической модели. Помимо этого, у метода существует еще целый ряд существенных недостатков — искусственное ограничение области расчета, дискретизация окружающего пространства, выполнение новой дискретизации при изменении положения элементов. Анализ литературных источников показывает, что к настоящему времени ресурсы совершенствования МКЭ практически исчерпаны. Это подчеркивает актуальность разработки новых, более эффективных, чем МКЭ, численных методов, а также реализующих их программных комплексов, позволяющих более экономично использовать вычислительные ресурсы и гарантировать эффективное решение многовариантных задач анализа и проектирования.

Поиск альтернативных подходов привёл к появлению нового метода, а точнее, методов граничных элементов (МГЭ). Здесь дискретизации подвергается не вся рассматриваемая область, как в методе конечных элементов, а только её граница. Хотя эта концепция и является общей для всех МГЭ, принято различать прямой вариант МГЭ, полупрямые варианты и непрямые.

В предлагаемой монографии задачи изгиба ортотропных и ребристых пластин решаются в рамках нового варианта МГЭ, который получил название «Численно-аналитический метод граничных элементов» (ЧА МГЭ). Это направление в развитии методов граничных элементов имеет целый ряд преимуществ [34] по сравнению с классическими вариантами МГЭ, разработанными в трудах Бенерджи и Баттерфилда [9], Бреббиа, Толлеса и др. [15, 16]. Метод состоит в разработке фундаментальной системы решений (аналитически) и функций Грина (также аналитически) для каждой рассматриваемой задачи. Для учета определенных граничных условий, или условий контакта между отдельными модулями (так мы называем отдельный элемент системы) составляется небольшая система линейных алгебраических уравнений, которую необходимо решать численно.

Многие ученые и, в первую очередь, "чистые" математики, считают, что правильнее было бы называть этот метод аналитическим, а не численно-аналитическим, т.к. все основные операции сводятся к аналитическим преобразованиям, а объем вычислительной работы на заключительном этапе не превышает обычного для других аналитических подходов объема.

Привлекательность ЧА МГЭ обусловлена рядом причин. Дискретизация только границы области, занимаемой объектом, резко уменьшает порядок системы разрешающих уравнений; есть возможность снижения мерности решаемой задачи. Кроме того, метод строго обоснован математически, так как использует фундаментальные решения дифференциальных уравнений, а, значит, в рамках принимаемых гипотез позволяет получить точные значения параметров задачи (усилий, перемещений, напряжений, токов, частот собственных колебаний, критических сил потери устойчивости и т.д.) внутри области. Отметим также простоту логики алгоритма, хорошую сходимость решения, высокую устойчивость и малое накопление погрешностей при численных операциях.

В настоящее время метод хорошо разработан для решения широкого круга задач — статики, динамики и устойчивости разнообразных стержневых систем (балок, рам, ферм, арок и комбинированных систем, тонкостенных стержней), изотропных пластин (круглых и кольцевых) [34, 35, 57]. Несколько сложнее обстоит дело с оболочками, где приходится иметь дело с дифференциальными уравнениями восьмого порядка, что приводит к большому числу фундаментальных функций, аналитические выражения которых весьма громоздки. Однако и здесь удалось достичь заметных успехов, в частности, для пологих и цилиндрических оболочек [63, 68, 73]. Представляется перспективным использование ЧА МГЭ и для расчета систем с дискретно-непрерывным распределением параметров [38].

В предлагаемой монографии подробно, начиная от вывода аналитических выражений и заканчивая численной реализацией алгоритмов, продемонстрировано применение численно-аналитического метода граничных элементов к расчетам ортотропных пластин и пластин, подкрепленных ребрами жесткости.