

Дорофеев В.С., Ковров А.В., Крутий Ю.С., Оробей В.Ф., Сурьянинов Н.Г., Таций Р.М., Ушак Т.И./ Новые методы расчета систем с дискретно-непрерывным распределением параметров / Под ред. Н.Г. Сурьянинова. — Одесса: ЭВЕН, 2012. — 374 с.

В монографии представлены три новых подхода к расчету систем с дискретно-непрерывным распределением параметров, разработанные независимо друг от друга разными коллективами механиков и математиков Львова и Одессы.

Изложены теоретические основы каждого из методов и на большом количестве примеров рассмотрено их практическое применение.

Для студентов, аспирантов и преподавателей высших технических учебных заведений, специалистов в области механики деформируемого твердого тела и строительной механики.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Главная задача математики наших дней состоит в достижении гармонии между континуальным и дискретным, включение их в единое математическое целое и удаление из них всего неясного
(F. T. Bell, Men of Mathematics, pp. 13-14, New York, 1937)

В последние десятилетия разрабатывались различные методы решения задачи, лаконично поставленной в эпиграфе. Здесь вниманию читателя предлагаются три новых метода. Первый из них получил название *метода дискретизации*. Его изложению посвящена первая часть монографии, написанная Р.М. Тацием и Т.И. Ушаком. В основе метода лежит создание математических моделей в виде систем дифференциальных уравнений с обобщенными функциями в коэффициентах. Итогом таких исследований, в частности, явилась недавно опубликованная монография [Ч.1, 97] к которой и отсылаем читателя. В сочетании с теорией так называемых обобщенных квазидифференциальных уравнений (КДУ) это дало возможность попытаться

применить результаты вышеуказанных исследований к решению прикладных задач, в которых естественным образом сочетается единство дискретного и непрерывного. В частности, в предлагаемой работе сделана одна из первых попыток применения теории обобщенных квазидифференциальных уравнений к изучению свободных колебаний и устойчивости механических систем с дискретно-непрерывным распределением параметров (учет произвольного количества сосредоточенных масс, моментов, точечных опор и других факторов дискретной природы).

При этом используются такие методы исследования: метод аппроксимации коэффициентов КДУ обобщенными функциями (метод дискретизации), а также реализовано развитие численно-аналитического метода граничных элементов [Ч.1, 6] для решения задач о свободных колебаниях и потере устойчивости сложных упругих систем с дискретно-непрерывным распределением параметров (СДНРП). Такая методика может быть интерпретирована как метод сведения дискретно-континуальной модели к системе с конечным числом степеней свободы. Существенно, что в определенной степени основные характеристики приближенной системы (прогиб, угол поворота, поперечная сила, и момент) равномерно стремятся к своим точным значениям.

Второй метод назван *численно-аналитическим методом граничных элементов* (ЧА МГЭ). Изложению его основ посвящена вторая часть монографии, подготовленная В.Ф. Орбеем и Н.Г. Сурьяниновым при участии А.В. Коврова. Наиболее полно сегодняшнее состояние развития этого метода отражено в двухтомной монографии [Ч.2, 18].

Третий метод — *метод прямого интегрирования* — изложили В.С. Дорофеев, А.В. Ковров и Ю.С. Крутий.

Общая редакция книги выполнена Н.Г. Сурьяниновым.

Предлагаемая работа состоит из восьми разделов. В первом из них рассматривается постановка задач о свободных колебаниях и устойчивости упругих систем с дискретно-непрерывным распределением параметров.

Здесь же представлен математический аппарат для решения поставленных задач, при этом используются результаты, строго обоснованные в работе [Ч.1, 97]. В частности, рассматриваются:

- линейные обобщенные дифференциальные системы;
- обобщенные КДУ 4-го порядка;
- аппроксимация коэффициентов исходного КДУ;
- собственные колебания стержня с дискретно-непрерывным распределением параметров;
- конкретизация способов аппроксимации коэффициентов;
- формирование характеристического уравнения и построения собственных форм.

Второй раздел посвящен практической реализации метода дискретизации в задачах при исследовании свободных колебаний. Решены следующие конкретные задачи:

- определение частот свободных колебаний решетчатой балки переменного сечения;
- определение частот свободных колебаний дымовой трубы переменного сечения с учетом собственного веса;
- определение частот свободных колебаний балки на сингулярном упругом основании (с учетом сосредоточенных упругих опор);
- определение частот собственных колебаний дымовой трубы переменного сечения с учетом дискретных факторов;
- применение метода дискретизации для определения напряженно-деформированного состояния водонапорной башни;
- определение собственных колебаний рам с неподвижными и подвижными узлами;
- решение задач о свободных колебаниях панелей подкрепленных ребрами жесткости;
- решение задач о свободных колебаниях цилиндрических оболочек переменной толщины;

В третьем разделе представлен расчет сложных упругих систем на Эйлерову потерю устойчивости методом дискретизации. При этом представлены:

- приближенные решения модельных задач об определении критических усилий и построены соответствующие формы потери устойчивости для стержня переменного сечения, сжатого стержня на упругом основании; исследована устойчивость плоской формы изгиба;
- задача о потере устойчивости сжатого стержня на сингулярном упругом основании;
- задача о потере устойчивости сжатого стержня кусочно-постоянной жесткости на упругих точечных опорах;
- задача о потере устойчивости сжатой балки с дискретно-непрерывным распределением параметров;
- задачи о потере устойчивости рам переменной жесткости с учетом сингулярного упругого основания.

Следует подчеркнуть, что предложенный метод дискретизации обладает простотой реализации и хорошей скоростью сходимости, что подтверждается при решении всех перечисленных выше задач. Это позволяет получать соответствующие численные результаты с наперед заданной точностью (все цифры после запятой в приведенных таблицах верны).

В четвертом разделе изложена концепция численно-аналитического метода граничных элементов и особенности его применения к расчету систем с переменными параметрами.

Метод состоит в разработке фундаментальной системы решений (аналитически) и функций Грина (также аналитически) для каждой рассматриваемой задачи. Для учета определенных граничных условий или условий контакта между отдельными модулями (так называется отдельный элемент системы) составляется небольшая система линейных алгебраических уравнений, которую необходимо решать численно.

Дискретизация только границы области, занимаемой объектом, резко уменьшает порядок системы разрешающих уравнений; есть возможность снижения мерности решаемой задачи.

Метод строго обоснован математически, так как использует фундаментальные решения дифференциальных уравнений, а, значит, в рамках принимаемых гипотез позволяет получить точные значения параметров задачи (усилий, перемещений, напряжений, токов, частот собственных колебаний, критических сил потери устойчивости и т.д.). Следует отметить также простоту логики алгоритма, хорошую сходимость решения, высокую устойчивость и малое накопление погрешностей при численных операциях.

Пятый раздел посвящен приложению ЧА МГЭ к расчету стержневых систем со ступенчато-постоянной жесткостью. При этом представлены:

- растяжение-сжатие ступенчатого бруса;
- расчет балки ступенчато-постоянного сечения;
- изгиб плоских рам;
- расчет балок на упругом основании.

В шестом разделе рассматриваются системы с переменными параметрами:

- изгиб, устойчивость и колебания балок;
- устойчивость плоской формы изгиба тонкостенных стержней;
- устойчивость арок и арочных систем в своей плоскости.

Седьмой и восьмой разделы посвящены применению метода прямого интегрирования. Безусловная важность такого подхода отмечается многими авторами. Однако отсутствие в подавляющем большинстве случаев точных (аналитических) решений для дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами отодвинуло на задний план метод прямого интегрирования.

В седьмом разделе найдено точное решение дифференциального уравнения продольного изгиба для случая произвольной непрерывной переменной поперечной жесткости. А в восьмом разделе получено точное

решение уравнения продольных колебаний стержня в случае произвольной непрерывной переменной продольной жесткости и произвольной непрерывно распределенной переменной массы.

Изложение материала этих разделов, в основном, опирается на результаты публикаций [Ч.3, 7, 8], где приведены точные решения указанных уравнений. Суть предлагаемого метода прямого интегрирования впервые была изложена в работе [Ч.3, 9] на примере дифференциального уравнения поперечных колебаний стержня.

Предоставляем читателю самостоятельно судить о достоинствах и недостатках того или иного метода.

В заключение авторы выражают надежду на то, что предлагаемая монография послужит дальнейшей популяризации всех трех методов среди специалистов в области механики деформируемого твердого тела и позволит решить много новых интересных и полезных задач.