

**А. Н. ПИСАРЕНКО, Л. Н. ВИЛИНСКАЯ, Г. М. БУРЛАК**

### **ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВЛАЖНОСТИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛА В СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛАХ**

**АННОТАЦИЯ** Методом конечных разностей проведен численный расчет влияния влажности на перенос тепла в некоторых строительных материалах. Получено аналитическое выражение характерного времени прогрева до некоторой температуры образца заданной толщины, изготовленного из материала с определенными коэффициентами теплопроводности и теплоусвоения. Установлено влияние влажности на изменение с течением времени температуры прогрева внутри образца. Параметрическая серия зависимости относительного изменения температуры при различных значениях влажности в области, близкой к середине образца, может быть описана единым модифицированным полиномом.

**Ключевые слова:** время прогрева, влажность, температура, аппроксимирующий полином, расчетная сетка, теплопроводность.

**A. PYSARENKO, L. VILINSKAYA, G. BURLAK**

### **NUMERICAL ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF HUMIDITY ON THE HEAT DISTRIBUTION IN CONSTRUCTIONAL MATERIALS**

**ABSTRACT** The purpose of this research was to perform numerical simulation of nonstationary temperature fields in isotropic constructional materials with the varied moisture content and study the influence of humidity on the local and integral parameters of temperature redistribution in the specimens. The method of finite differences was used for the numerical computation of the influence of humidity on the heat transfer in some constructional materials. The analytical expression of the characteristic time required for the heating-up of the specimen of a specified thickness to a certain temperature has been derived. The specimen was made of the material with specified heat conductivity and heat absorption coefficients. The derived expression enables a considerable simplification of the procedure used for the introduction of dimensionless parameters with the reduction of errors accumulated in the course of computations. It has been established that the influence of humidity on a change in the temperature with elapse of time at different humidity values in the region near the specimen center can be described by a single modified polynomial. Specified numerical methods enable the investigation of the influence of constructional materials on the coordinate and temporal components of 1D nonstationary temperature field at the local level. The developed software package allows for the variation both of the humidity and the specimen geometry and also the main thermophysical parameters of the specimen during the detailed analysis of the local performances of temperature field.

**Key words:** heating-up time, humidity, temperature, polynomial approximant, computational grid and the heat conductivity.

#### **Введение**

Известно, что влияние температурно-влажностных режимов необходимо учитывать при расчете надежности и напряженно-деформированного состояния строительных конструкций, а также при тепловой обработке изделий из бетона [1]. Предложены математические модели, учитывающие влияние влажности при расчете теплопроводности ограждающих конструкций зданий [2, 3]. Однако изучению процессов теплопереноса и влагонакопления в строительных материалах и конструкциях на локальном уровне уделено мало внимания. В связи с этим актуальным является численный расчет уравнения теплопроводности для несимметричного нагрева тел произвольной геометрии с зависящими от температуры теплофизическими свойствами.

#### **Цель работы**

Целью работы является численное моделирование нестационарных температурных полей в изотропных строительных материалах с варьирова-

мым влагосодержанием, а также исследование влияния влажности на локальные и интегральные характеристики перераспределения температуры в образцах.

#### **Изложение основного материала**

В качестве модельной рассматривалась граничная задача первого рода для изотропной плоской пластинки толщиной  $b$ . Пластинка подвергалась прогреву в течение времени  $t_0$ . Материал пластинки характеризовался объемным весом  $\gamma$ , влажностью  $\omega$  и коэффициентом температуропроводности  $a$ .

Расчеты проводились методом конечных разностей, при этом на исследуемое тело накладывалась прямоугольная расчетная сетка, сторона ячейки которой была параллельна координате  $X$  (координата направления, перпендикулярного границам области с граничными температурами:  $T = T_j$ ,  $j = 1, 2$ ).

Разработанный программный комплекс позволял проводить варьирование влажности, гео-

© А. Н. Писаренко, Л. Н. Вилинская, Г. М. Бурлак, 2017

метрии образца и его основных теплофизических параметров.

Для расчетной сетки были введены следующие обозначения:  $i=1, \dots, N_X$  – номер узла сетки по направлению  $X$ ;  $k=1, \dots, N_t$  – номер узла сетки, связанный со временем  $t$ ;  $N_X$  – число узлов сетки по направлению  $X$ ;  $N_t = t_0/\Delta t$  – число узлов сетки по времени  $t$ ;  $\Delta X = b/(N_X - 1)$  – шаг сетки по направлению  $X$ . Шаг интегрирования  $\Delta t$  определялся из условия устойчивости разностной схемы [4]

$$\sigma = a\Delta t/\Delta X^2 < 0,5 \quad (1)$$

(в данной работе полагалось  $\sigma = 0,4$ ). Начальная температура внутренней области пластинки принималась равной  $T_0$ .

Разностное уравнение для нестационарного уравнения теплопроводности позволяет представить выражение для текущей температуры в узле  $i$  сетки в виде [4]

$$T_{i,t+\Delta t} = T_{i,t}(1-2\sigma) + \sigma(T_{i-1,t} + T_{i+1,t}), \quad (2)$$

где  $T_{i,t}$ ,  $T_{i,t+\Delta t}$  – значения температуры для узла  $i$  и в моменты времени  $t$  и  $t + \Delta t$ , соответственно.

В приведенных обозначениях граничную задачу первого рода:  $T|_{i=1} = T_1$ ,  $T|_{i=N_X} = T_2$  можно дополнить выражением для затравочной температуры:  $T|_{t=0, 1 < i < N_X} = T_0$ .

Проведем обезразмеривание задачи. Безразмерные параметры, связанные с образцом:

1) относительный интервал времени

$$\tau = t/t_{\Pi}, \quad (3)$$

где  $t_{\Pi} = t_0$  – характерное время прогрева [5];

2) относительная координата вдоль оси  $X$

$$\xi = X/b; \quad (4)$$

3) относительная температура

$$\theta = T_X/T_1, \quad (5)$$

где  $T_X$  – температура, соответствующая координате  $X$ .

Безразмерные параметры, связанные с расчетной сеткой:

1) относительное изменение координаты  $x$  при сдвиге на шаг сетки по  $X$

$$\Delta \xi_i = (X_{i+1} - X_i)/b; \quad (6)$$

2) относительное изменение температуры при сдвиге на шаг сетки по  $X$

$$\Delta \theta_i = \frac{T_{Xi+1} - T_{Xi}}{T_1}; \quad (7)$$

3) локальный относительный градиент температуры по направлению  $X$

$$\nabla \theta_i = \Delta \theta_i / \Delta \xi_i. \quad (8)$$

Оценим характерное время прогрева  $t_{\Pi}$ , входящее в выражение для  $\tau$ . Интенсивность затухания

тепловой волны, возникающей на начальных этапах прогрева, определяется тепловой инерцией строительного материала [6]:

$$D = RS. \quad (9)$$

где  $R$  – сопротивление теплопередаче;  $S$  – коэффициент теплоусвоения материала.

Имеем для величин  $R$  и  $S$ :

$$R = dTdt/dS/dQ = b/\lambda, \quad (10)$$

$$S = (2\pi\lambda c\rho/T_m)^{1/2}, \quad (11)$$

где  $T_m$  – амплитудное значение температурной волны;  $dT$ ,  $dt$ ,  $dS$ ,  $dQ$  – элементарные: температура, время и площадь поверхности, через которую проходит количество теплоты  $Q$  при теплопередаче;  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  – коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность материала, соответственно.

В этом случае для характерного времени прогрева можно получить выражение

$$t_{\Pi} = b^2 S^2 T / (2\pi\lambda^2). \quad (12)$$

В полученное выражение подставим характерные числовые значения для параметров пенобетона: объемный вес  $\gamma = 646$  кг/м<sup>3</sup>, пористость  $p = 79$  %, влажность  $\omega = 0$  %, коэффициент теплоусвоения  $S = 4,5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К), коэффициент теплопроводности  $\lambda = 0,14$  Вт/(м·К) [7].

Для рассмотренного случая время прогрева образца толщиной  $b = 0,2$  м до температуры  $T = T_1 = 100$  °С составляет:  $t_{\Pi} = 658$  с.

С другой стороны, числовой эксперимент дает для времени прогрева  $t_{\Pi 2} = 710$  с, что совпадает с  $t_{\Pi}$  с точностью  $\sim 7$  %.

Изменение температуры вдоль направления  $X$  (см. серию кривых на рис. 1) с достоверностью  $R^2$ , лежащей в интервале (0,9995–0,9999) можно аппроксимировать полиномом 4-й степени. В частности, для  $\tau = 1,18$  справедливо:

$$\nabla \theta = a_1 \xi^4 + a_2 \xi^3 + a_3 \xi^2 + a_4 \xi + a_5, \quad (13)$$

где  $a_1 = -95,80$ ,  $a_2 = 131,49$ ,  $a_3 = -53,29$ ,  $a_4 = -0,34$ .

Выравнивание температуры внутри области образца с ростом  $\tau$  происходит с практически линейной зависимостью  $A = A(\tau)$  при фиксированном значении  $\xi$ , где  $A$  – коэффициент при старшем члене аппроксимирующего полинома:

$$A = 10^2(-1,11\tau + 2,42). \quad (14)$$

Введем коэффициент затухания градиента относительной температуры по направлению  $X$ :

$$\beta = \nabla \theta_0 / \nabla \theta_X, \quad (15)$$

где индексы «0» и «X» соответствуют краю области и текущей безразмерной координате  $\xi$ , соответственно. Далее, обозначим как  $\xi|_{\beta=e} = \xi_{\beta e}$  относительную координату уменьшения  $\nabla \theta$  в  $e$  раз.

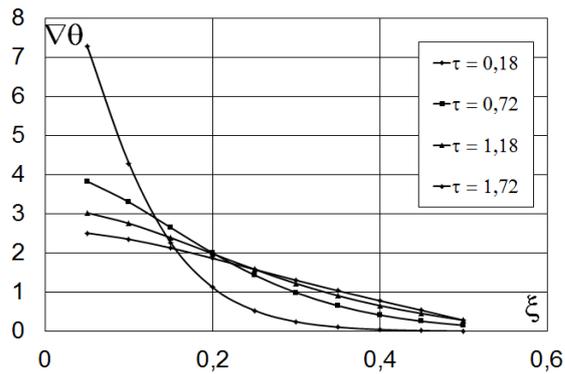


Рис. 1 – Зависимость градиента температуры от относительной координаты при различных значениях времени  $\tau$  для влажности  $\omega = 15\%$

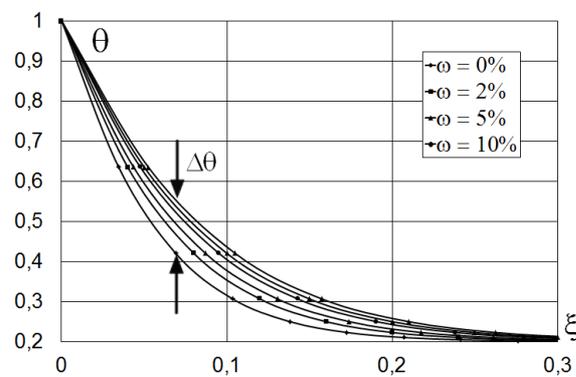


Рис. 2 – Температурные профили образца в момент времени  $\tau = 1,21$  при различных значениях влажности

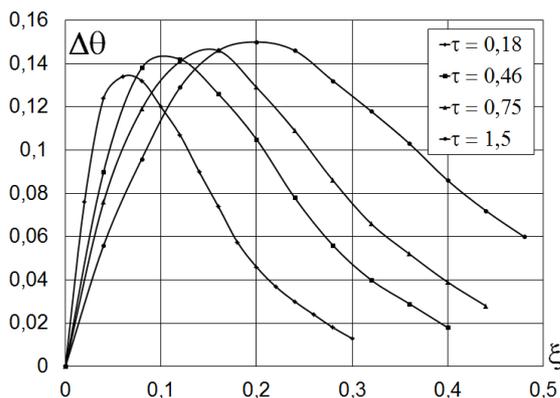


Рис. 3 – Уширение кривых  $\Delta\theta = \Delta\theta(\xi)$  с ростом времени  $\tau$  при  $\Delta\omega = 20\%$

Получено, что с увеличением относительного времени прогрева величина  $\xi_{\beta e}$  изменяется по закону

$$\xi_{\beta e} = 0,141\tau + 0,126. \quad (16)$$

### Обсуждение результатов

Результаты расчетов свидетельствуют о влиянии изменения влажности на нелинейный рост с течением времени температуры прогрева внутри образца. Параметрическая серия зависимости  $\theta = \theta(\tau)$  при различных значениях влажности  $\omega$  в области, близкой к середине образца ( $\xi = 0,4$ ), может быть описана единым модифицированным полиномом третьей степени относительно безразмерного времени прогрева образца

$$\theta = f_1(\omega)\tau^3 + f_2(\omega)\tau^2 + f_3(\omega)\tau + f_4(\omega), \quad (17)$$

где  $f_1(\omega) = 10^2 \left[ -1,43 + 1,38 \exp\left(-\frac{\omega}{2,75}\right) \right]$ ,

$$f_2(\omega) = [16,95 + 76,64 \exp(-\omega)]^{-1},$$

$$f_3(\omega) = 10^{-4}(-64,20 + 2,06\omega \ln \omega),$$

$$f_4(\omega) = 0,21 - 8,54\omega^{0,5} \ln \omega.$$

Нелинейный процесс прогрева образца характеризуется пониженными значениями  $\nabla\theta$  вблизи (первая граничная задача) и на удалении (конечное значение скорости распространения температурной волны) от границы.

Между указанными областями существует локальный максимум  $\nabla\theta$ . Анализ результатов расчетов показал, что этот максимум удаляется от границы со скоростью

$$v_{\max} = 0,095\tau + 0,191. \quad (18)$$

Расчет показал, что изменение влажности  $\omega$  образца приводит при фиксированном значении  $\xi$  к изменению относительной температуры  $\Delta\theta$  от нулевого до некоторого максимального значения (см. рис. 2).

Изменение влажности в фиксированном диапазоне  $\Delta\omega$  при  $\tau = \text{const}$  и  $\xi = \text{const}$  приводит к разбросу температур  $\Delta\theta$  (см. рис. 2). Приращение  $\Delta\theta$  является нелинейной функцией от  $\xi$ .

Для серии кривых  $\Delta\theta = \Delta\theta(\xi)$  параметрического множества  $\tau$  (см. рис. 3) введем коэффициент уширения:

$$\varphi(\tau) = L_{1/2}/h, \quad (19)$$

где  $h$ ,  $L_{1/2}$  – высота и полуширина кривой  $\Delta\theta = \Delta\theta(\xi)$  для данного значения  $\tau$ , соответственно. Коэффициент уширения области максимального приращения температуры, обусловленного изменением влажности, увеличивается со временем по линейному закону

$$\varphi = 1,008\tau + 1,012 \quad (20)$$

с коэффициентом достоверности  $R^2 = 0,9904$ .

Зависимости  $\nabla\theta = \nabla\theta(\tau)|_{\xi=const}$  (см.

рис. 4) позволяют рассматривать интервалы  $(\tau < 1) \cup (\xi < 0,25)$  как границы области анизотропного прогрева.

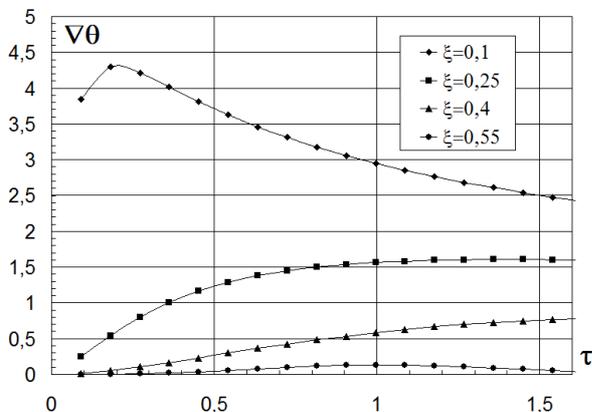


Рис. 4 – Зависимость градиента температуры от времени прогрева для различных сечений образца

Центр области максимального приращения температуры, обусловленного изменением влажности, движется от границы образца со скоростью

$$v_{\omega X \max} = -0,107 \tau + 0,181. \quad (21)$$

Замедление  $v_{\omega X \max}$  со временем обусловлено уменьшением величины  $\nabla\theta$  при прогреве образца.

### Выводы

Приведенные численные методики позволяют на локальном уровне исследовать влияние влажности строительных материалов на координатную и временную составляющие одномерного нестационарного температурного поля.

Полученное аналитическое выражение для характерного времени прогрева упрощает процедуру введения безразмерных параметров и, соответственно, минимизирует накопление ошибок при вычислениях.

Разработанный программный комплекс позволяет проводить варьирование не только влажности, но и геометрии образца и его основных теплофизических параметров при детальном анализе локальных характеристик температурного поля.

### Список литературы

1. Шульгин, Ю. В. Дослідження можливостей енергозбереження у технології виробництва залізобетону / Ю. В. Шульгин, Я. В. Жнітков // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси та устаткування. – Харків: НТУ «ХПІ», 2015. – № 16(1125). – С. 157–161. – ISSN 2078-774X.

2. Богословский, В. Н. Строительная теплофизика / В. Н. Богословский. – Москва : Высш. школа, 1970. – 376 с.
3. Ильинский, В. М. Строительная теплофизика (ограждающие конструкции и микроклимат зданий) / В. М. Ильинский. – Москва : Высш. школа, 1974. – 320 с.
4. Вержбицкий, В. М. Основы численных методов / В. М. Вержбицкий. – Москва : Высш. школа, 2002. – 840 с.
5. Янковский, А. П. Асимптотический анализ решения нелинейной задачи нестационарной теплопроводности слоистых анизотропных неоднородных оболочек при граничных условиях первого рода на лицевых поверхностях / А. П. Янковский // Вест. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат науки. – 2014. Вып. 1 (34). – С. 168–185. – ISSN 1991-8615.
6. Куприянов В. Н. Физика среды и ограждающих конструкций / В. Н. Куприянов. – Москва : АСВ, 2015. – 312 с. – ISBN 978-5-4323-0048-2.
7. Франчук, А. У. Таблицы теплотехнических показателей строительных материалов / А. У. Франчук. – Москва : НИИ строительной физики, 1969. – 143 с.

### Bibliography (transliterated)

1. Shul'gin, Yu. V. (2015), "Doslidzhennya mozhlivostej energozberezhennya u tekhnologiyi virobnictva zalizobetonu [Study of energy saving capabilities in concrete technology]", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, no. 16 (1125), pp. 157-161, ISSN 2078-774X.
2. Bogoslovskij, V. N. (1970), *Stroitel'naya teplofizika [Building thermal physics]*, Vysshaya shkola [Higher School], Moscow, Russia.
3. Il'inskij, V. M. (1974), *Stroitel'naya teplofizika (ograzhdayushchie konstrukcii i mikroklimat zdaniy) [Building thermal physics (protecting designs of buildings and microclimate)]*, Vysshaya shkola [Higher School], Moscow, Russia.
4. Verzhbickij, V. M. (2002), *Osnovy chislennykh metodov [Fundamentals of numerical methods]*, Vysshaya shkola [Higher School], Moscow, Russia. – ISBN 5-06-004020-8.
5. Yankovskij, A. P. (2014), "Asimptoticheskij analiz reshenia nelinejnoj zadachi nestacionarnoj teploprovodnosti sloistykh anizotropnykh neodnorodnykh obolochek pri granichnykh usloviyah pervogo roda na licevykh poverhnoctyah [The asymptotic analysis of solutions of nonlinear transient heat conduction of layered anisotropic inhomogeneous shells with boundary conditions of the first kind on the front surface]", *Bulletin of Samara State Technical University. Series: Physics and mathematics*, no. 1(34), pp. 168–185, ISSN 1991-8615.
6. Kupriyanov V. N. (2015), *Fizika sredy i ogradhdayushchih konstrukcij [Environment physics and protecting designs]*, Publishing house DIA, Moscow, Russia, ISBN 978-5-4323-0048-2.
7. Franchuk A. U. (1969), *Tablicy teplotekhnicheskikh pokazatelej stroitel'nyh materialov [Tables of thermal parameters of building materials]*, NII stroitel'noj fiziki [Research institute of building physics], Moscow, Russia.

## Сведения об авторах (About authors)

**Писаренко Александр Николаевич** – кандидат физико-математических наук, доцент, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, заведующий кафедрой физики; г. Одесса, Украина; e-mail: pysarenkoan@gmail.com, ORCID 0000-0001-5938-4107.

**Alexander Pysarenko** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent, Head of Physics Department of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4 Didrihsona st., Odessa, 65029, Ukraine.

**Вилинская Людмила Николаевна** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики, Одесская государственная академия строительства и архитектуры; г. Одесса, Украина; e-mail: vilsem56@gmail.com, ORCID 0000-0003-4597-2527.

**Lyudmila Vilinskaya** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent, Docent of Physics Department of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4 Didrihsona st., Odessa, 65029, Ukraine.

**Бурлак Галина Михайловна** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики, Одесская государственная академия строительства и архитектуры; г. Одесса, Украина; e-mail: demiga@yandex.ru

**Galina Burlak** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent, Docent of Physics Department of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4 Didrihsona st., Odessa, 65029, Ukraine.

*Пожалуйста ссылаетесь на эту статью следующим образом:*

**Писаренко А. Н.** Численный анализ влияния влажности на распространение тепла в строительных материалах / **А. Н. Писаренко, Л. Н. Вилинская, Г. М. Бурлак** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № ( ) . – С. . – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2017.0 . . .

*Please cite this article as:*

**Pysarenko A., Vilinskaya L., Burlak G., N.** (2017), "Numerical Analysis of the Influence of Humidity on the Heat Distribution in Constructional Materials ", Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment, no. ( ), pp. , ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2017. . . .

*Будь ласка посилаетесь на цю статтю наступним чином:*

**Писаренко О. М.** Чисельний аналіз впливу вологості на поширення тепла в будівельних матеріалах / **О. М. Писаренко, Л. М. Вилінська, Г. М. Бурлак** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № . – С. . – Бібліогр. : 6 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2017. . . .

**АНОТАЦІЯ** *Методом кінцевих різниць проведено чисельний розрахунок впливу вологості на перенесення тепла в деяких будівельних матеріалах. Отримано аналітичний вираз характерного часу прогріву до деякої температури зразка заданої товщини, виготовленого з матеріалу з певними коефіцієнтами теплопровідності і теплосвоєння. Встановлено вплив вологості на зміну з часом температури прогріву всередині зразка. Параметрична серія залежності відносної зміни температури при різних значеннях вологості в області, близької до середини зразка, може бути описана одним модифікованим поліномом.*

**Ключові слова:** *час прогріву, вологість, температура, апроксимуючий поліном, розрахункова сітка, теплопровідність.*

*Поступила (received) 08.02.2017*