УДК 624.193.4:012.45

УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕРЖНЕЙ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ МАТЕРИАЛА

Кобринец В.М., Трандафилова А. Д. *(Одесская академия строительства и архитектуры, Одесса)*

Неоднородность материала оказывает существенное влияние на устойчивость сжатых стержней. Полученные формулы позволяют определить величины критических сил, время устойчивого состояния. По-новому освещается потеря устойчивости второго рода.

Неоднородность стержней может быть конструктивной – арматура в железобетонных элементах. Технологической – расслоение бетонной смеси в результате в результате употребления вибрированием или центрафугированием. Эксплуатационной – появление зон трещинообразования при загружении. И наведенной – под влиянием окружающей среды. Исследуем влияние неоднородности последнего типа.

Проникновение фронта воздействия фронта газо-воздушной агрессивной среды может быть описано математической моделью [1].

$$h_v(t) = h_{v.o} \cdot e^{-\beta/t}.$$

В зоне воздействия модуль $E_в$ отличается от модуля упругости остальной части E_0. Показатель степени β зависит от степени агрессивности среды.

Рассмотрим сжатую колонну, испытывающую по всей длине симметричное воздействие с двух противоположных сторон. Сечение колонны $h_0 x h_0$. Критическую силу потери устойчивости первого рода запишем с учетом наведенной неоднородности.

$$P_э^* = \frac{\pi^2 \cdot B^*}{l^2} \qquad (2)$$

Изгибная жесткость B^* будет изменяться в зависимости от глубины проникновения фронта воздействия и степени агрессивности окружающей среды.

$$\mathrm{B}^* = \mathrm{B}_0\left[1 - 2\mu(t)(1-\alpha)\right], \qquad (3)$$

где $$\mathrm{B}_0 = \frac{\mathrm{E}_0 h^4{}_0}{12}; \quad \mu(t) = \frac{h_v(t)}{h_0}; \quad \alpha = \frac{\mathrm{E}_в}{\mathrm{E}_0}. \qquad (4)$$

Если стойку загрузить в момент времени τ_0 силой $P = k \cdot P_э$ $(k<1)$, то возникает вопрос, через какое время она потеряет устойчивость при агрессивном влиянии окружающей среды. По (4) воздействие ограниченное $h_{v0} = 120$ мм.

Запишем условие потери устойчивости при $t > \tau_0$

$$k \cdot P_э = P_э[1 - 2\mu(t)(1-\alpha)]. \qquad (5)$$

Из этого выражения найдем $\mu(t)$

$$\mu(t) = \frac{1-k}{2(1-\alpha)}. \qquad (6)$$

Время потери устойчивости t_n стержня загруженного силой $k \cdot P_э$ в момент τ_0, с которой стойка испытывает влияние среды, будет зависеть от уровня нагрузки k и степени агрессивности β.

$$t_n = \frac{\beta}{\ln\frac{2(1-\alpha)h_{v0}}{(1-k)h_0}}. \qquad (7)$$

Для сильно, средне и слабо агрессивной среды $\beta = 7{,}5; 15,; 30$. Соответственно, для α принимаем значение 0,75; 0.88 и 0,94. При принятых ранее значениях h_{v0} для t_n получим

$$t_{1n} = \frac{7{,}5}{\ln(0{,}1875/(1-k))}, \qquad (8)$$

$$t_{2n} = \frac{15}{\ln(0{,}09/(1-k))}, \qquad (9)$$

$$t_{3n} = \frac{30}{\ln\frac{0{,}045}{1-k}}, \quad (10)$$

Если k = 0,95, то в первом случае, при сильном воздействии колонна потеряет устойчивость через 5,68 лет, во втором – при среднем воздействии через 25,5 лет, в третьем слабом воздействии колонна устойчивости не теряет. Если уровень загружения k = 0,98, то в этом случае даже при слабом воздействии стойка потеряет устойчивость через 37 лет.

Совсем иначе поведение сжатых стержней при несимметричном воздействии. Если стержень испытывает воздействие только с одной грани, произойдет смещение центра жесткости относительно центра тяжести на величину.

$$e(t) = \frac{h_0(1-\alpha)\cdot\mu(t)[1-\mu(t)]}{2[1-\mu(t)(1-\alpha)]}. \quad (11)$$

Здесь мы сталкиваемся с новым явлением в практике сжатых стержней. У первоначально центрально сжатого стержня со временем появляется эксцентриситет. Важно то, что это не начальное несовершенство, а приобретенное в процессе длительной эксплуатации под влиянием окружающей среды. В какой-то момент времени, когда стойка начнет испытывать влияние и появится e(t), произойдет смена потери устойчивости 1-го рода на потерю устойчивости второго.

Максимального значения e(t) достигает при

$$h_v = \frac{h_0}{1-\sqrt{\alpha}}; \qquad e_{\max} = \frac{h_0\left(1-\sqrt{\alpha}\right)}{2\left(1+\sqrt{2}\right)}. \quad (12)$$

Изгибная жесткость $B = B_0\dfrac{4\alpha}{(1+\sqrt{\alpha})^2}$. (13)

Вместо однородного дифференциального уравнения в Эйлеровой постановке получается неоднородное

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\alpha^2 y=\alpha^2 e, \qquad \alpha^2=\frac{P}{B^*}. \tag{14}$$

При $x = l/2$ прогиб достигает максимального значения

$$y(l/2)=e\left[\frac{1-\cos\frac{\alpha l}{2}}{\cos\frac{\alpha l}{2}}\right]. \tag{15}$$

В данном случае $B^*(t)$ и $e(t)$ является переменными, но по времени а не по координате. Поэтому уравнение (14) и его решение (15) справедливо и в этом случае. Величина критической силы с учетом (13)

$$P_{кр}=P_э\cdot\frac{4\alpha}{(1+\sqrt{\alpha})^2} \tag{16}$$

Применение метода Бубнова-Галеркина дает более простую форму применения

$$y(l/2)=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{h(1-\alpha)P}{\left[4\cdot\alpha\cdot P_э-P\left(1+\sqrt{\alpha}\right)^2\right]}. \tag{17}$$

При $\alpha=1$ получается в числителе ноль, если $P<P_э\frac{4\alpha}{\left(1+\sqrt{\alpha}\right)^2}$, потери устойчивости нет. Но если

$4\alpha P_э - P(1+\sqrt{\alpha})^2$ в знаменателе (17) тоже будет ноль. Получается неопределенность. Раскроем его по правилу Лопиталя.

$$y=\frac{U`}{V`}\cdot\frac{-2hP\sqrt{\alpha}}{\pi\left[4P\sqrt{\alpha}-P\left(1+\sqrt{\alpha}\right)\right]_{P=P_э}} \tag{18}$$

Результат неожиданный. Получить его без учета влияния среды невозможно. Хотя логике процесса потери устойчивости не противоречит. Допустим, что одна грань центрально сжатой однородной колонны испытывает влияние окружающей среды. Например, замачивание. Появится зона неоднородности, в которой α <1. Центр жесткости смещается относительно центра тяжести, т. е. появляется эксцентриситет. Стойка искривляется. Если влияние среды обратимое, как влияние замачивания, произойдет полное высыхание. Неоднородность исчезает, колонна становится однородной $\alpha = 1$ и центрально сжатой $e = 0$. Но при $P = P_э$ она не вернется в прямолинейное состояние, а останется искривленной с максимальным

прогибом $y\left(l/2\right) = \dfrac{h}{p}$.

Если влияние среды по высоте колонны меняется по закону

$$e^*(t,x) = e^*_{max} \cdot sin\ (\pi x/l) \qquad (19)$$

тогда такое воздействие будет составлять начальную погибь. Прогиб при $x = l/2$

$$y\left(l/2\right) = A^*{}_{\max} = \frac{Ph_0\left(1-\alpha\right)}{2 \cdot \left[4\alpha P_э - P\left(1+\sqrt{\alpha}\right)^2\right]}, \qquad (20)$$

если $\alpha \to 1$

$$A^*_{max}(P \to P_э) = \frac{h_0}{2}; \qquad (21)$$

Выводы:

1. Неблагоприятное, агрессивное воздействие снижает величину критической силы и вызывает потерю устойчивости за конечное время.
2. При несимметричном воздействии возможна потеря устойчивости только второго рода.
3. При обратном характере влияния внешней среды, стержень становится однородным, но искривленным при $P=P_э$, с прогибом $y(l/2) = \dfrac{h}{\pi}$ или $\dfrac{h}{2}$.

1. Сетков В. Ю., Чермянин Н. Р., Шибанов И. С. Срок службы железобетонных перекрытий промзданий в среде, содержащей сернистый андегрид. Изв. Вузов, строительство и архитектура, 1989 г. №1 с. 10-13.