Національний технічний університет України «КПІ»

МІЖНАРОДНА НАУКОВО-ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ «МАТЕМАТИКА В СУЧАСНОМУ ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ»

19–20 квітня 2013 року, Київ

МАТЕРІАЛИ КОНФЕРЕНЦІЇ

Київ — 2013

КВАЗИОПТИМАЛЬНОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В СРЕДЕ С СОПРОТИВЛЕНИЕМ

Т. А. Козаченко, Я. С. Зинкевич, Д. Д. Лещенко, А. Л. Рачинская*

Одесская государственная академия строительства и архитектуры,

**Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова*

Одесса, Украина

kushpil.ru@rambler.ru, yaninaz@mail.ru, leshchenko_d@ukr.net

Рассмотрена задача квазиоптимального торможения вращений динамически симметричного тела под действием малого управляющего момента сил с неравными коэффициентами и момента сил линейного сопротивления среды. Динамические уравнения Эйлера в проекциях на оси связанной с телом системы координат записываются в виде:

$$A\dot{p} + \left(C - A\right)qr = M_1^u + M_1^r,$$
$$A\dot{q} + \left(A - C\right)pr = M_2^u + M_2^r, \qquad (1)$$
$$C\dot{r} = M_3^u + M_3^r.$$

Здесь p, q, r – проекции вектора абсолютной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ на связанные оси, $\mathbf{J} = diag\left(A, A, C\right)$ – тензор инерции невозмущенного тела, $M_i^u\,(i = 1,2,3)$ – проекции вектора управляющего момента сил, $M_i^r\,(i = 1,2,3)$ – проекции вектора момента сил диссипации.

Кинетический момент тела определяется известным образом $\mathbf{G} = J\boldsymbol{\omega}$, его величина $G = \left|\mathbf{G}\right| = \left[A^2\left(p^2 + q^2\right) + C^2r^2\right]^{1/2}$.

Предполагается, что момент сил диссипации пропорционален кинетическому моменту $\mathbf{M}^r = -\varepsilon\lambda\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}$, где λ – постоянный коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств среды. Тогда проекции момента сил вязкого трения на главные оси инерции тела можно представить следующим образом [1,2]:

$$M_1^r = -\varepsilon\lambda Ap, \quad M_2^r = -\varepsilon\lambda Aq, \quad M_3^r = -\varepsilon\lambda Cr, \quad \varepsilon << 1. \qquad (2)$$

Проекции вектора управляющего момента имеют вид:

$$M_i^u = \varepsilon b_i u_i, \; b_i > 0, \; (i = 1,2,3),$$

где εb_i – характеризуют эффективность системы управления по каждой из связанной осей, u_i – безразмерные управляющие функции.

Исследуется случай движения твердого тела с заданным законом управления:

$$M_1^u = -\varepsilon b_1 \frac{Ap}{G},\ M_2^u = -\varepsilon b_2 \frac{Aq}{G},\ M_3^u = -\varepsilon b_3 \frac{Cr}{G}. \tag{3}$$

Предполагается, что величины $b_i \ (i = 1,2,3)$ достаточно близки, что соответствует квазиоптимальному закону торможения [3,4].

Ставится задача квазиоптимального по быстродействию торможения вращений

$$\boldsymbol{\omega}(t_0) = \boldsymbol{\omega}^0,\ \boldsymbol{\omega}(\mathrm{T}) = 0,\ T \to \min_{\mathbf{u}},\ |\mathbf{u}| \le 1.$$

Требуется найти квазиоптимальный закон управления в виде синтеза $u = u(t, \boldsymbol{\omega})$.

После ряда преобразований и усреднения по фазе система (1) с учетом (2), (3), примет вид:

$$\dot{a} = -a\left[\frac{b_1 + b_2}{2} G^{-1} + \lambda\right],$$
$$\dot{r} = -r\left[b_3 G^{-1} + \lambda\right], \quad a^2 = p^2 + q^2. \tag{4}$$

Система (4) была проинтегрирована численно. Для этого система была приведена к безразмерному виду, где в качестве характерных параметров были взяты: время торможения T, коэффициент проекции управляющего момента b_3 и значение кинетического момента в начальный момент времени G_0. Был проведен численный расчет при различных значениях величин. Во всех расчетных случаях за квазиоптимальное время торможения функции $a,\ r,\ G$ монотонно убывают. Установлены качественные свойства квазиоптимального движения.

Список литературы

1. Кошляков В.Н. Задачи динамики твердого тела и прикладной теории гироскопов: Аналитические методы. – М.: Наука, 1985. – 288с.
2. Раус Э.Дж. Динамика системы твердых тел. – М.: Наука, 1985. –Т.2 –544с.
3. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1987. – 368с.
4. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. – М.: Наука, 1980. – 384с.