УДК 624.073

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИНЫ.

Карманова М.И., *студентка гр. КПГС-503м. Научный руководитель* – **Ковров А.В.**, *профессор*

В работе приведены основы методики расчета пластины с применением численно-аналитического метода граничных элементов. Выполнено сравнение результатов, полученных по предполагаемой методике с данными, полученным с использованием ПК SCAD.

Актуальность исследований. В промышленных и гражданских зданиях широко распространены железобетонные конструкции, расчетная схема которых представляет собой пластины. Для учета реальных физических процессов необходимо совершенствование существующих методик, в том числе с использованием численно-аналитического метода граничных элементов (ЧА МГЭ).

Целью работы является разработка методики, для определения прогибов и усилий ЧА МГЭ.

Основное уравнение теории изгиба пластин в упругой стадии [3]

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2}+\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4}=\frac{q(x,y)}{D} \qquad (1)$$

В работе [2] задача Коши одномерной модели изгиба прямоугольной пластины определяется по формулам:

$$\begin{aligned}&W^{IV}(y)-2r^2W''(y)+s^4W(y)=q(y)/D;\\&DW(0);D\theta(0)=DW'(0);M(0)=-DA\left[W''(0)-\mu r^2W(0)\right];\\&Q(0)=-DA\left[W'''(0)-(2-\mu)r^2W'(0)\right].\end{aligned} \qquad (2)$$

где $r^2=-B/A;\ S^4=C/A;\ q(y)=\int_0^{l_1} q(x,y)X(x)dx/A;$

$$A=\int_0^{l_1} X^2(x)\,dx;\; B=\int_0^{l_1} X''(x)X(x)\,dx;\; C=\int_0^{l_1} X^{IV}(x)X(x)\,dx. \qquad (3)$$

Решение уравнения (2) зависит от корней характеристического уравнения, которые представляются выражением

$$k_{1-4}=\pm\sqrt{r^2\pm\sqrt{r^4-s^4}}\,. \qquad (4)$$

Вид фундаментальных функций, как следует из (4), определяется соотношением между r и s, которое зависит от граничных условий на продольных кромках пластины. Решение задачи Коши (2) можно представить в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} DW(y) \\ D\theta(y) \\ M(y) \\ Q(y) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & -A_{13} & -A_{14} \\ A_{12} & A_{22} & -A_{23} & -A_{13} \\ -A_{31} & -A_{32} & A_{22} & A_{12} \\ -A_{41} & -A_{31} & A_{21} & A_{11} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} DW(0) \\ D\theta(0) \\ M(0) \\ Q(0) \end{vmatrix} + \qquad (5)$$

$$+\int_0^y \begin{vmatrix} A_{14}(y-\xi) \\ A_{13}(y-\xi) \\ -A_{12}(y-\xi) \\ -A_{11}(y-\xi) \end{vmatrix} q(\xi)\,d\xi$$

Согласно [1] решение уравнения Жермен-Лагранжа по методу Канторовича-Власова будет заключаться в определении функции прогиба, где функция $X(x)$ задана, а функция $W(y)$ определяется по формуле:

$$DW(y)=A_{11}\cdot Dw(0)+A_{12}\cdot D\theta(0)-A_{13}\cdot M(0)-A_{14}\cdot Q(0)+$$

$$+\int_0^y A_{14}(y-\xi)\,q(\xi)\,d\xi \qquad (6)$$

Элементы матрицы $A(l_1)$ в случае шарнирного опирания продольных кромок определяются по формулам:

$$\varphi_1=y\,ch\,ry;\;\; \varphi_2=ch\,ry;\;\; \varphi_3=sh\,ry;\;\; \varphi_4=y\,sh\,ry;$$

$$A_{11}=\varphi_2-\frac{(1-\mu)r}{2}\varphi_4;\;\; A_{12}=\frac{(1-\mu)}{2}\varphi_1+\frac{(1+\mu)}{2}\varphi_3; \qquad (7)$$

$$A_{13}=\frac{\varphi_4}{2rA};\;\; A_{14}=\frac{r\varphi_1-\varphi_3}{2r^3A};$$

$$A_{21}=\frac{r(1+\mu)}{2}\varphi_3-\frac{(1-\mu)r^2}{2}\varphi_1;\; A_{22}=\varphi_2+\frac{(1-\mu)r}{2}\varphi_4;$$

$$A_{23}=\frac{1}{2A}\varphi_1+\frac{1}{2rA}\varphi_3;\; A_{31}=-\frac{(1-\mu)^2 r^3 A}{2}\varphi_4;$$

$$A_{32}=A\left[(1-\mu)^2 r^2\varphi_1+(1-\mu)(3+\mu)r\varphi_3\right]/2;$$

$$A_{41}=A\left[(1-\mu)^2 r^4\varphi_1-(1-\mu)(3+\mu)r^3\varphi_3\right]/2;$$

$$X(x)=\sin\left(\frac{\omega x}{l_1}\right);\; A=\frac{l_1}{\omega}\left(\frac{\omega}{2}-\frac{1}{4}\sin 2\omega\right);$$

$$B=-\frac{\omega}{l_1}\left(\frac{\omega}{2}-\frac{1}{4}\sin 2\omega\right);\; C=\left(\frac{\omega}{l_1}\right)^4\left(\frac{\omega}{2}-\frac{1}{4}\sin 2\omega\right) \tag{8}$$

$$r^2=\frac{-B}{A}=\left(\frac{\omega}{l_1}\right)^2;\; S^4=\frac{C}{A}=\left(\frac{\omega}{l_1}\right)^4 \tag{9}$$

Элементы матрицы $B(l_1)$ в случае шарнирного опирания продольных кромок определяются по формулам:

$$B_{11}=\frac{q}{2r^4A}\Big\{\left[r\varphi_4(y-d_н)_+ +2H(y-d_н)-2\varphi_2(y-d_н)_+\right]\gamma_k(\omega)\Big|_{c_н}^{b}-$$

$$\left[r\varphi_4(y-d_к)_+ +2H(y-d_к)-2\varphi_2(y-d_к)_+\right]\gamma_k(\omega)\Big|_{c_к}^{b}\Big\};$$

$$B_{21}=\frac{q}{2r^3A}\Big\{\left[r\varphi_1(y-d_н)_+ -\varphi_3(y-d_н)_+\right]\gamma_k(\omega)\Big|_{c_н}^{b}$$

$$-\left[r\varphi_1(y-d_к)_+ -\varphi_3(y-d_к)_+\right]\gamma_k(\omega)\Big|_{c_к}^{b}\Big\}; \tag{10}$$

$$B_{31}=\frac{q}{2r^3}\Big\{\left[(1-\mu)r\varphi_4(y-d_н)_+ +2\mu\varphi_2(y-d_н)_+ -2\mu H(y-d_н)\right]\gamma_k(\omega)\Big|_{c_н}^{b}-$$

$$-\left[(1-\mu)r\varphi_4(y-d_к)_+ +2\mu\varphi_2(y-d_к)_+ -2\mu H(y-d_к)\right]\gamma_k(\omega)\Big|_{c_к}^{b}\Big\};$$

$$B_{41}=\frac{q}{2r}\Big\{\left[(3-\mu)\varphi_3(y-d_н)_+ -(1-\mu)r\varphi_1(y-d_н)_+\right]\gamma_k(\omega)\Big|_{c_н}^{b}-$$

$$-\left[(3-\mu)\varphi_3(y-d_к)_+ -(1-\mu)r\varphi_1(y-d_к)_+\right]\gamma_k(\omega)\Big|_{c_к}^{b}\Big\};$$

где $\gamma_q(\omega)=\dfrac{l_1}{\omega}\left(-\cos\dfrac{\omega x}{l_1}\right)$;

$b = l_1$.

Рассмотрим прямоугольную пластину шарнирно опертую по контуру, имеющая размеры l=2м, l_1=2м, загруженную равномерно распределенной нагрузкой равной 1 кН/м^2, рис.1

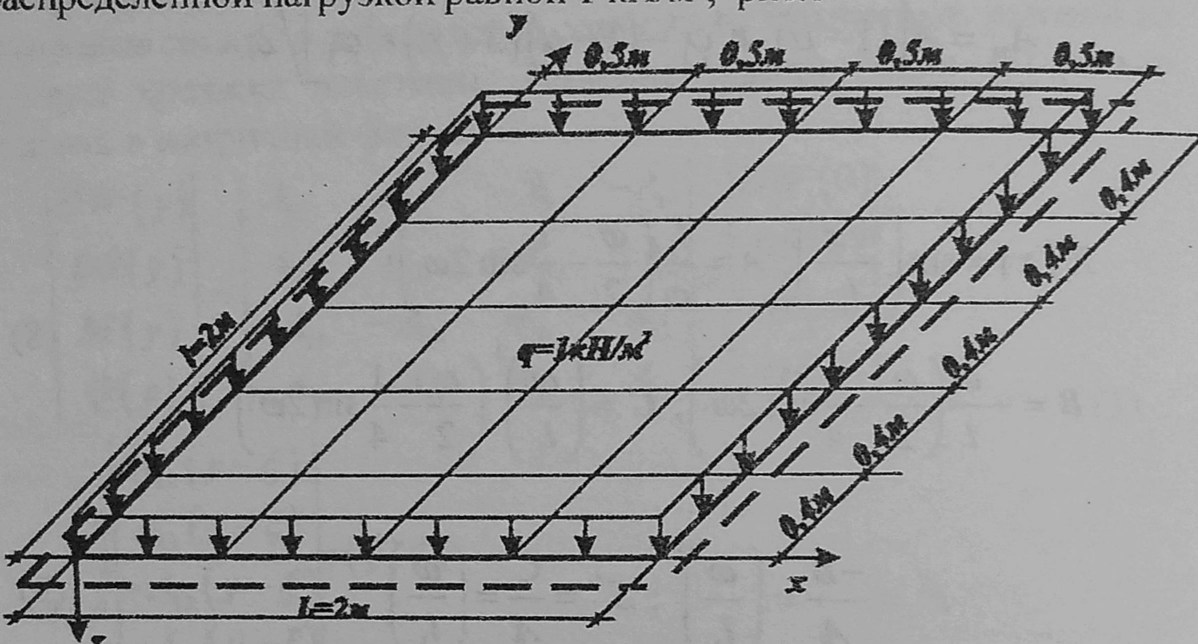

Рис. 1 Расчетная схема пластинки

Конструкция разбиваются на полосы шириной 0,4 м. Прогибы и изгибающие моменты определяются в центре каждой полосы по всей длине.

Расчет пластины выполнен с использованием приведенных уравнений при помощи программы, составленной в системе компьютерной математики MATLAB, с использованием двойных тригонометрических рядов, а также в программно-вычислительном комплексе SCAD.

В таблице 1 произведено сравнение значений прогибов полученных в результате расчетов при помощи двойных тригонометрических рядов с ЧА МГЭ и МКЭ в середине пластины.

Таблица 1

Сравнение значений прогибов и изгибающих моментов.

	С использованием двойных тригонометрические рядов	ЧА МГЭ	Δ, %	ПК SCAD	Δ, %
DW	0.06502	0.0657	1.05	0.0641851	1.28
M_y	0.19293	0.1942	0,66	0,186	3,59

Выводы

1. Разработан алгоритм и программа, определения прогибов и усилий в упругих пластинах.

2. Результаты сравнений с расчетами пластин с использование двойных тригонометрических рядов свидетельствует о лучшем совпадении по сравнению с ПК SCAD.

3. Требуется дальнейшее развитие методик расчеты железобетонных пластин с учетом трещинообразования, основанных на ЧА МГЭ.

Литература

1. Баженов В.А. Строительная механика. Специальный курс. Применение метода граничных элементов / В.А.Баженов, А.Ф.Дащенко, Л.В.Коломиец, В.Ф.Оробей. – Одесса: Астропринт, 2001. – 288с.

2. Дащенко А.Ф. Численно-аналитический метод граничных элементов / А.Ф.Дащенко, Л.В.Коломиец, В.Ф.Оробей, Н.Г.Сурьянинов. – Одесса: ВМВ, 2010. – Том 2 – 510с.

3. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 625 с.