

# К ОПТИМИЗАЦИИ ПОРЯДКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТРИЦ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАСЧЕТЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Жосан С.Ю., студент гр. КПГС-503м. Научный руководитель -  
Ковров А.В., профессор

В работе выполнен сравнительный анализ различных подходов к порядку формирования разрешающего уравнения численно-аналитического метода граничных элементов.

Актуальность исследований. При расчете многопролетных многоэтажных рамных конструкций с использованием численно-аналитического метода граничных элементов (ЧА МГЭ) существуют ограничения, связанные с большой размерностью и структурой матриц, входящих в разрешающее уравнение. При учете переменной жесткости элементов железобетонных рам порядок матриц значительно возрастает, что требует рациональной организации их формирования.

Целью работы является выбор рационального алгоритма формирования матриц, входящих в разрешающее уравнение ЧА МГЭ, при расчете пространственных рамных конструкций.

В работе [1] Фиалко С.Ю., посвященной описанию прямых методов решения систем конечноэлементных линейных алгебраических уравнений применительно к задачам строительной механики, особое внимание уделяется высокой производительности их решения. Данные исследования позволили создать эффективный и экономичный с точки зрения оперативной памяти компьютеров решатель для экономии ПК SCAD. В работе указывается на необходимость уменьшения ширины ленты матрицы разрешающего уравнения для экономии памяти компьютера и сокращения затрат времени на расчет. Разрешающее уравнение ЧА МГЭ имеет вид [2]:

$$A^* X^* = -B,$$

(1)

где  $A^*$  - матрица коэффициентов;  $X^*$  - вектор неизвестных граничных параметров, полученные в результате характерной цепочки

преобразований в соответствии со схемой, которая описана в работе [2];  $V$  - вектор нагрузки;

При использовании ЧА МГЭ ширина ленты матрицы коэффициентов  $A^*$  разрешающего уравнения и ее заполненность напрямую зависят от порядка нумерации элементов пространственной рамы. В работе [3] предложен порядок нумерации элементов, представленный на рис. 1.

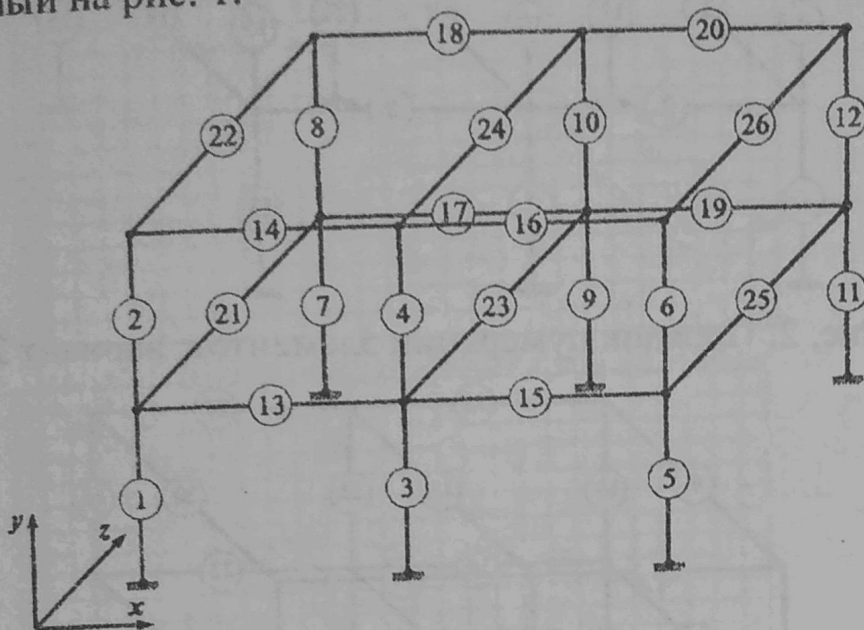


Рис. 1. Порядок нумерации элементов, вариант 1

Матрица коэффициентов при этом имеет вид:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26		
1	$A_1$	$A_2$																										
2		$A_0$																										
3			$A_1$	$A_2$																								
4				$A_0$																								
5					$A_1$	$A_2$																						
6						$A_0$																						
7							$A_1$	$A_2$																				
8								$A_0$																				
9									$A_1$	$A_2$																		
10										$A_0$																		
11											$A_1$	$A_2$																
12												$A_0$																
13		$A_2$		$A_{10}$																								
14																												
15					$A_2$		$A_{10}$																					
16																												
17																												
18																												
19																												
20																												
21																												
22																												
23																												
24																												
25																												
26																												

(2)

Ниже приведены 3 варианта формирования системы разрешающих уравнений (рис. 2...4).

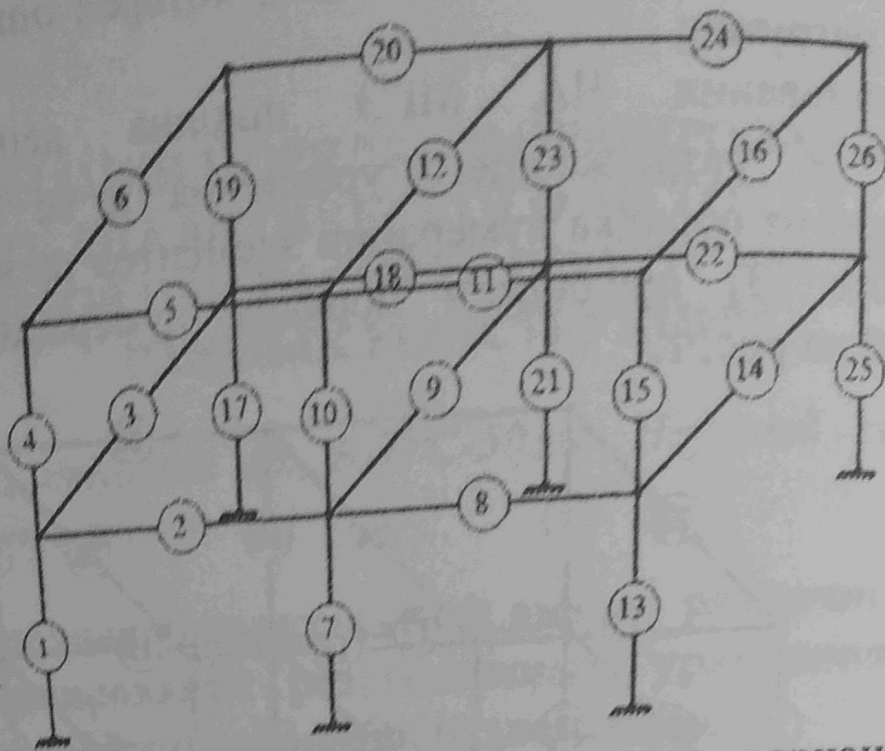


Рис. 2. Порядок нумерации элементов, вариант 2

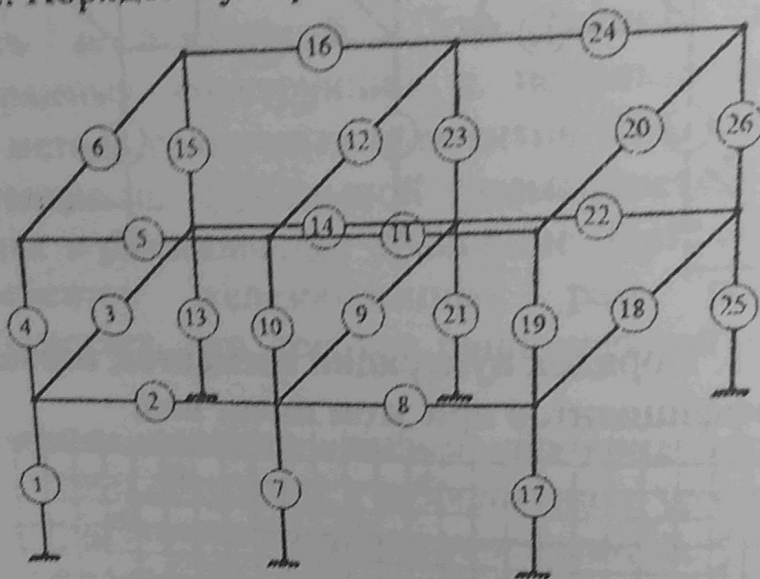


Рис. 3. Порядок нумерации элементов, вариант 3

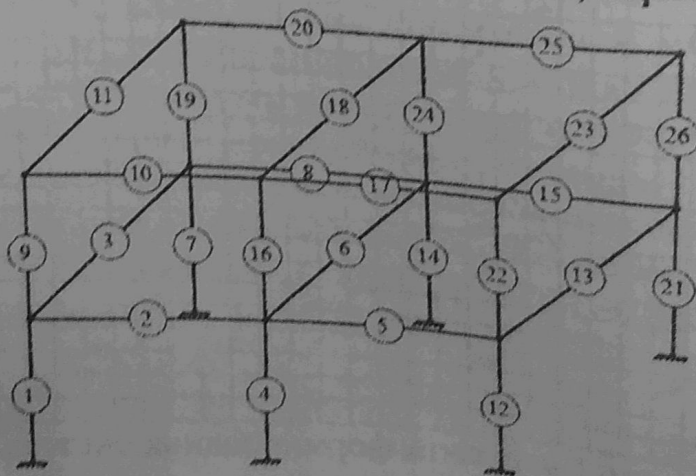


Рис. 4. Порядок нумерации элементов, вариант 4

Матрица коэффициентов при варианте формирования 4 (3), варианте 3 – (4), варианте 4 – (5):



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
1	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>																							
2		A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>						A <sub>10</sub>																	
3			A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>							A <sub>11</sub>									A <sub>13</sub>							
4				A <sub>12</sub>	A <sub>13</sub>	A <sub>14</sub>																					
5					A <sub>15</sub>						A <sub>16</sub>																
6						A <sub>17</sub>																					
7							A <sub>18</sub>	A <sub>19</sub>	A <sub>20</sub>	A <sub>21</sub>																	
8								A <sub>22</sub>	A <sub>23</sub>							A <sub>16</sub>											
9									A <sub>24</sub>	A <sub>25</sub>																	
10										A <sub>26</sub>	A <sub>27</sub>	A <sub>28</sub>															
11											A <sub>29</sub>	A <sub>30</sub>					A <sub>8</sub>										
12												A <sub>31</sub>	A <sub>32</sub>														
13													A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>												
14														A <sub>1</sub>	A <sub>11</sub>												A <sub>17</sub>
15															A <sub>2</sub>	A <sub>7</sub>											
16																A <sub>9</sub>											
17																	A <sub>1</sub>										
18																		A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>								
19																			A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>							
20																				A <sub>4</sub>							
21																					A <sub>3</sub>						
22																						A <sub>4</sub>					
23																							A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>			
24																								A <sub>3</sub>			
25																									A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	
26																										A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>

(3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
1	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>																							
2		A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>																							
3			A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>						A <sub>10</sub>																	
4				A <sub>11</sub>	A <sub>12</sub>	A <sub>13</sub>																					
5					A <sub>14</sub>	A <sub>15</sub>																					
6						A <sub>16</sub>																					
7							A <sub>17</sub>	A <sub>18</sub>	A <sub>19</sub>	A <sub>20</sub>																	
8								A <sub>21</sub>	A <sub>22</sub>																		
9									A <sub>23</sub>	A <sub>24</sub>																	
10										A <sub>25</sub>	A <sub>26</sub>																
11											A <sub>27</sub>	A <sub>28</sub>															
12												A <sub>29</sub>	A <sub>30</sub>														
13													A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>												
14														A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>												
15															A <sub>6</sub>												
16																A <sub>7</sub>											
17																	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>								
18																		A <sub>1</sub>	A <sub>11</sub>								A <sub>18</sub>
19																			A <sub>4</sub>								
20																					A <sub>5</sub>						
21																						A <sub>6</sub>					
22																							A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>		
23																								A <sub>4</sub>			
24																									A <sub>5</sub>		
25																										A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>
26																											A <sub>8</sub>

(4)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
1	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>																							
2		A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>																								
3			A <sub>7</sub>																								
4				A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>																					
5					A <sub>11</sub>																						
6						A <sub>12</sub>																					
7							A <sub>13</sub>	A <sub>14</sub>																			
8								A <sub>15</sub>																			
9									A <sub>16</sub>																		
10										A <sub>17</sub>																	
11											A <sub>18</sub>	A <sub>19</sub>															
12												A <sub>20</sub>	A <sub>21</sub>														
13													A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>													
14														A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>												
15															A <sub>5</sub>												
16																A <sub>6</sub>											
17																	A <sub>7</sub>										
18																		A <sub>8</sub>									
19																			A <sub>9</sub>								
20																				A <sub>10</sub>							
21																					A <sub>11</sub>						
22																						A <sub>12</sub>					
23																							A <sub>13</sub>				
24																								A <sub>14</sub>			
25																									A <sub>15</sub>		
26																										A <sub>16</sub>	A <sub>17</sub>

(5)

При варианте 1 порядка формирования системы уравнений (рис. 1) ширина ленты матрицы коэффициентов  $A^*$  разрешающего уравнения составляет 40 диагоналей. При этом, лента разрешающего уравнения с учетом размерности блоков расположенных на главной диагонали и блоков компенсирующих элементов содержит 71 диагональ.

При варианте 2 порядка формирования системы уравнений (рис. 2) ширина ленты матрицы коэффициентов  $A^*$  разрешающего уравнения составляет 18 диагоналей. При этом, лента разрешающего уравнения с учетом размерности блоков расположенных на главной диагонали и блоков компенсирующих элементов содержит 63 диагонали.

При варианте 3 порядка формирования системы уравнений (рис. 3) ширина ленты матрицы коэффициентов  $A^*$  разрешающего уравнения составляет 20 диагоналей. При этом, лента разрешающего уравнения с учетом размерности блоков расположенных на главной диагонали и блоков компенсирующих элементов содержит 71 диагональ.

При варианте 4 порядка формирования системы уравнений (рис. 4) ширина ленты матрицы коэффициентов  $A^*$  разрешающего уравнения составляет 20 диагоналей. При этом, лента разрешающего уравнения с учетом размерности блоков расположенных на главной диагонали и блоков компенсирующих элементов содержит 89 диагоналей.

### Выводы

1. Вариант 1 порядка формирования системы разрешающих уравнений, представленный в работе (2), является наиболее рациональным.

2. Структура матрицы коэффициентов  $A^*$ , полученная после характерных преобразований, имеет явно выраженные закономерности формирования и связи между блоками компенсирующих элементов.

1. Фиалко С.Ю. Прямые методы решения систем линейных уравнений в современных МКЭ-комплексах. –М.: Издательство СКАД СОФТ, Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2009. -160 с.
2. Оробей В.Ф. Решение задач статики, динамики и устойчивости стержневых систем. Применение метода граничных элементов. Учебное пособие / Оробей В. Ф., Ковров А. В. – О., 2004. – 122 с.
3. Ковров А.В. К применению численно-аналитического метода граничных элементов для расчета пространственных рамных конструкций/ Ковтуненко А.В., Кушнир А.М. Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. №40, Одеса, ОДАБА, 2010. – С.116-123.