РІВНЯННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЛІНІЙ НА ЦИКЛІЧНІЙ ГВИНТОВІЙ ПОВЕРХНІ

Ковальова Г.В., к.ф.-м.н., доцент
(кафедра вищої математики)

В даний час в техніці широко використовуються циклічні гвинтові поверхні з твірною у вигляді дуги кола, наприклад, зубці в передачі Новікова або гелікоїдальні лопаті у вертикальних вітрових турбінах. Відомо, що траєкторії появи та розвитку тріщин в оболонках та робочих поверхнях деталей співпадають з геодезичними, тому питання знаходження геодезичних ліній на циклічних гвинтових поверхнях є актуальним.

Коли крива, задана вектор-функцією $\bar{r}(t) = x(t)\bar{i} + y(t)\bar{j} + z(t)\bar{k}$ здійснює гвинтовий рух, то утворюється гвинтова поверхня, яка задається параметричними рівняннями через внутрішні координати та [1, с. 43]. Нехай точка *M* вихідної дуги найбільш віддалена від осі обертання. Криву на гвинтовій поверхні, утворену рухом точки *M*, будемо називати "екватором" по аналогії з поверхнею обертання. Можна показати, що уздовж "екватора" символ Кристоффеля $\Gamma^1_{22} = 0$, що означає, що "екватор" є геодезичною лінією [2]. Можна припустити, що поперечний переріз гвинтової поверхні площиною, нормальною до «екватора», також буде геодезичною лінією, але прості приклади показують, що це не так. Інші геодезичні лінії на вказаній поверхні знаходяться шляхом мінімізації відстані між двома точками поверхні. Умова Ейлера дає співвідношення:

$$\frac{-x'y + xy' + pz' + \left(x^2 + y^2 + z^2\right)\psi'}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 + (-x'y + xy' + pz')\psi' + \left(x^2 + y^2 + z^2\right)(\psi')^2}} = C .$$

Звідси отримуємо рівняння геодезичної лінії у вигляді інтеграла:

$$\psi(t) = \psi(t_0) + \int_{t_0}^{t} \frac{(x'y - xy' - pz')\sqrt{G - C^2} \pm C\sqrt{(xx' + yy')^2 + (xz' - py')^2 + (px' - yz')^2}}{G\sqrt{x^2 + y^2 + p^2 - C^2}} dt$$

де $G = x^2 + y^2 + p^2$.

Література

1. Люкшин В.С. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. М.: Машиностроение,1968. 371с.
2. Норден А.П. Теория поверхностей. М.:ГИТТЛ, 1956. – 260 с.