Інститут математики НАН України

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

Одеський державний університет ім. І. І. Мечникова

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Тези доповідей
Міжнародної конференції

Одеський державний університет ім. І. І. Мечникова

1865 2000

135 років

ОДЕСА
12–14 вересня 2000 р.

Позначимо через $\Delta_2,\ \Delta_4, \ldots, \Delta_{2n-2}$ головні діагональні мінори парного порядку матриці (2). Тоді має місце наступна

Теорема. *Нехай $2r$ — найвищий порядок не рівного нулеві головного діагонального мінора парного порядку матриці (2). Форма (1) буде знаковизначеною тоді і тільки тоді, якщо $a_0 \neq 0$ і виконується умова*

$$2V(1,\ \Delta_2,\ \Delta_4, \ldots, \Delta_{2r}) = r+1,$$

де V — кількість змін знака у відповідній послідовності.

1. Клюйник И.Ф. Об одном критерии знакоопределенности форм четного порядка и его применении // Математическая физика. 1974. Вып. 16. С. 103-112.

2. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. Изд. 2-е, испр. - М.: Наука, 1966. - 530с.

К ПРИБЛИЖЕННОМУ РЕШЕНИЮ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ИСКЛЮЧИТЕЛЬНОМ СЛУЧАЕ

Г.В.Ковалева

Кафедра высшей математики, Одесская Академия строительства и архитектуры, Дидрихсона 4, Одесса 65029, Украина

Производится обоснование метода редукции приближенного решения сингулярных интегральных уравнений (СИУ) вида

$$a(t)\varphi(t) + \frac{b(t)}{\pi i}\int_\gamma \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t}\,d\tau + \int_\gamma K(t,\tau)\varphi(\tau)\,d\tau = f(t), \qquad t \in \gamma \quad (1)$$

на единичной окружности γ, где $a(t)$, $b(t)$, $K(t,\tau)$, $f(t)$ – известные функции, принадлежащие соответствующим пространствам, а функции $a(t)+b(t)$, $a(t)-b(t)$ представимы в виде

$$a(t)+b(t) = A(t)\rho_1(t), \qquad a(t)-b(t) = B(t)\rho_2(t),$$

где $A(t) \neq 0$, $B(t) \neq 0$ на γ, а функции $\rho_1(t)$, $\rho_2(t)$ удовлетворяют условию Маккенхаупта-Уидена, т.е.

$$\int_l |\rho_k(t)|^p |dt| < +\infty, \qquad k = 1,2, \quad p > 1,$$

где l – произвольная дуга γ. Заметим, что в этом случае функции $a(t)+b(t)$, $a(t)-b(t)$ могут иметь на γ счетное число нулей, в том числе не целого порядка и в методах приближенного решения СИУ этот случай ранее не рассматривался. Приближенные решения СИУ (1) ищутся в виде $\varphi_n(t) = = \sum\limits_{k=-n}^{n} \varphi_k t^k$, а неизвестные постоянные φ_k определяются из системы уравнений

$$\sum_{k=0}^{n} A_{j-k}\varphi_k + \sum_{k=-n}^{-1} B_{j-k}\varphi_k + \sum_{k=-n}^{n} C_{jk}\varphi_k = f_j, \qquad j = -\overline{n,n}, \quad (2)$$

где A_{j-k}, B_{j-k}, C_{jk}, f_j – коэффициенты Фурье соответственно функций $[a(t)+ +b(t)]t^k$, $[a(t)-b(t)]t^k$, $\int\limits_\gamma K(t,\tau)\tau^k\,d\tau$, $f(t)$ по системе функций t^j. Доказана разрешимость системы уравнений (2) при достаточно больших n, установлена сходимость и определены оценки скоростей сходимости приближенных решений СИУ (1) к его точному решению в зависимости от конструктивных свойств функций $a(t)$, $b(t)$, $K(t,\tau)$, $f(t)$.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА УСРЕДНЕНИЯ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЭВОЛЮЦИИ ВОЗМУЩЕННЫХ ВРАЩЕНИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Т.А. Козаченко*, Д.Д. Лещенко**, И.А. Тимошенко*

*Кафедра механики, Одесская государственная академия холода, Дворянская 1/3, Одесса 65026, Украина

**Кафедра теоретической механики, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, Дидрихсона 4, Одесса 65029, Украина,

leshchenko_d@mail.ru

С помощью метода усреднения исследуется эволюция вращений трехосного спутника, близкого к динамически сферическому, под действием моментов гравитационных сил и сил светового давления. Рассматривается случай, когда форма космического аппарата представляет собой тело вращения. При этом коэффициент момента сил светового давления аппроксимируется тригонометрическим полиномом произвольного порядка. Найден первый интеграл системы усредненных уравнений первого приближения для углов нутации и собственного вращения. В качестве примеров рассматриваются тригонометрические полиномы первого и третьего порядков. Проведен численный и качественный анализ фазовой плоскости, выявлены качественные эффекты вращений спутника.

Исследуются возмущенные вращательные движения твердого тела, близкие к регулярной прецессии в случае Лагранжа, под действием момента, медленно изменяющегося во времени. Тело предполагается быстро закрученным, а восстанавливающий и возмущающий моменты предполагаются малыми с определенной иерархией малости компонентов. Соответствующая порождающая система является двухчастотной и полностью интегрируется. Получена усредненная система уравнений движения в первом приближении для нерезонансного и резонансного случаев. Рассмотрены примеры.

ЗАДАЧА ВИЗНАЧЕННЯ ДЖЕРЕЛА ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ

В.А.Козицький, Л.Т.Мельник
Кафедра диференціальних рівнянь, Львівський національний університет ім.Івана Франка, Університетська, 1, Лівчв, 79000, Україна,
diffeq@franko.lviv.ua

В області $Q_T = (0,H) \times (0,T)$, $T > 0$, $H > 0$ розглядаються наступні обернені задачі.

Задача 1. *Знайти пару функцій* $(u(x,t), F(x,t)) \in C^{(2,1)}(\overline{Q}_T)\times$ $\times C[0,T]$, *де* $F(x,t) = f(t)$, *яка задовольняє рівняння*

$$u_{xxt} - k(x,t)u_t + \eta(x,t)u_{xx} + c(x,t)u_{xt} + a(x,t)u_x + b(x,t)u =$$

$$= F(x,t)h(x,t) + g(x,t),\ (x,t) \in Q_T, \qquad (1)$$

і умови

$$u(x,0) = u_0(x),\ x \in [0,H], \qquad (2)$$

$$\alpha_1(t)u(0,t)+\alpha_2(t)u(H,t)+\alpha_3(t)u_x(0,t)+\alpha_4(t)\int_0^H u(x,t)dx=\varphi_1(t),$$

$$\beta_1(t)u(H,t)+\beta_2(t)u_x(0,t)+\beta_3(t)u_x(H,t)+$$

$$+beta_4(t)\int_0^H u(x,t)dx=\varphi_2(t),\ t\in[0,T], \qquad (3)$$

$$\gamma_1(t)u(x_0,t)+\gamma_2(t)\int_0^H \sigma_1(x,t)u(x,t)dx=\delta(t),\ t\in[0,T],\ x_0\in(0,H) \qquad (4)$$

Задача 2. *Знайти пару функцій* $(u(x,t), F(x,t)) \in C^{(2,1)}(\overline{Q}_T)\times$ $\times C[0,H]$, *де* $F(x,t) = f(x)$, *яка задовольняє рівняння (1), умови (2), (3) і умову перевизначення*

$$\kappa_1(x)u(x,t_0)+\kappa_2(x)\int_0^T \sigma_2(x,t)u(x,t)dt=\rho(x),\ x\in[0,H],\ t_0\in(0,T) \qquad (5)$$

Для задачі 1 отримано умови існування та єдиності розв'язку.
Для задачі 2 отримано умови фредгольмовості.

1. Козицький В.А.*Прямі й обернені задачі для псевдопараболічного рівняння в моделях фільтрації рідини в капілярно- пористому середовищі*//Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-матем.1996.Вип. 45.С.57-70.
2. Majchrowsky M.*On inverse problems with nonlocal condition for parabolic systems of partial differential equations and pseudoparabolic equations.* //Demonstr. matem. 1993.Vol.26,N 1.1993.P.255-275.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА ТИПА ЭМДЕНА-ФАУЛЕРА

А.А. Козьма
Кафедра дифференциальных уравнений, Одесский госуниверситет, Дворянская, 2, Одесса 65026, Украина

В последние десятилетия опубликовано несколько работ, посвященных разностным уравнениям вида

$$\Delta^2 y_{n-1} = p_n y_n^\lambda,$$

где $\{p_n\}_1^{+\infty}$- последовательность действительных чисел, $\lambda \in \mathbf{R}\setminus 0,1$. В частности, в [1] получены достаточные условия существования решений со свойствами

$$\lim_{n\to+\infty} y_n = c \quad \text{и} \quad \lim_{n\to+\infty}\frac{y_n}{n} = c \quad (c=\text{const}).$$

В первом случае такими условиями являются

$$\sum_{j=1}^{+\infty} jp_j \quad \text{сходится (возможно условно),}$$