

УДК 624.04

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В ANSYS

Сорока Н.Н., к.т.н., доцент

ГП НИИСК Минрегионстроя Украины, г. Киев

Одесская государственная академия строительства и архитектуры. Г. Одесса

Задачи оптимального распределения материалов в конструкциях возникли с момента, когда человечество начало возводить инженерные сооружения. Поиск оптимальных форм несущих конструкций – такая задача

стоит перед инженерами и архитекторами и в настоящее время. Несмотря на то, что в этом направлении сделано очень много, остается еще масса нерешенных задач.

В общем случае задача оптимального проектирования сводится к поиску неизвестного вектора переменных x_i , который минимизирует целевую функцию $f(x_i)$, при заданных ограничениях в виде уравнений и неравенств. Переменные x_i называются переменными проектирования. К ним, обычно, относятся размеры поперечных сечений, усилия (напряжения) в элементах, геометрические размеры (координаты узлов). К ограничениям-неравенствам относятся предельные характеристики материалов, ограничения размеров по конструктивным требованиям, требование неотрицательности некоторых значений переменных проектирования. К ограничениям-равенствам относятся уравнения равновесия, уравнения совместности деформаций. В качестве целевой функции может служить объем материала в конструкции, что связано с ее стоимостью, распределение усилий в элементах конструкции, величина внешней нагрузки.

Формализация процесса поиска оптимального решения соответствует задачам математического программирования (линейной, или нелинейной). Такие задачи в общем случае являются достаточно сложными и немногие из них получили аналитическое решение. В большинстве случаев такие задачи решаются численно с применением специального программного обеспечения. Одним из таких программных комплексов, способных успешно решать задачи оптимизации, является ANSYS. Алгоритм поиска оптимального решения коротко можно описать так:

1 – ввод исходных данных и первоначальных значений переменных проектирования;

2 – решение базовой задачи (определение усилий, перемещений) при заданных параметрах;

3 – формирование ограничений и целевой функции;

4 – проверка целевой функции на минимум;

5 – если проверка не удовлетворяется, произвести изменение переменных проектирования в соответствии с заданными ограничениями и перейти к п. 2;

6 – вывод результатов оптимизации.

В качестве примеров было решено несколько типов задач оптимизации.

Задача 1. Оптимизация очертания оси арки.

В качестве переменных проектирования взяты значения ординат узлов арки y_i , ограничениями являются пределы изменения ординат узлов $0 \leq y_i \leq f$, где f – стрела подъема арки, в качестве минимизируемой целевой функции взята сумма квадратов изгибающих моментов в узлах арки ($f(y_i) = \sum M_i^2$). Предполагалось, что арка работает в упругой стадии при действии симметричной нагрузки. Рассматривалась левая половина арки с

учетом условий симметрии. Для упрощения ввода исходных данных первоначальная ось арки представлена в виде прямой (рис. 1а). При действии внешнего давления ось арки после оптимизации принимает форму окружности (рис. 1б), что, в общем, хорошо известно.

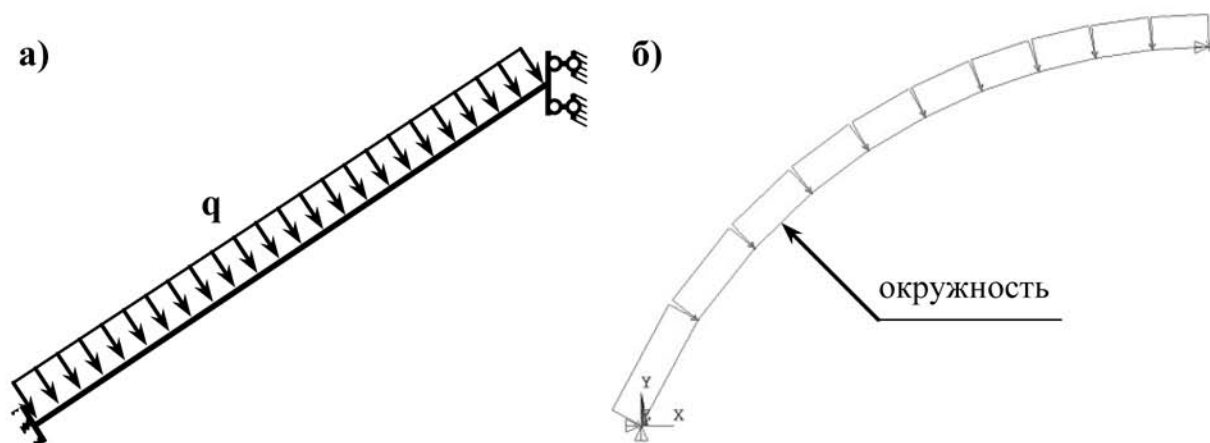


Рис. 1 – а) – исходная схема арки; б) – арка после оптимизации

Задача 2. Оптимизация веса фермы.

Рассмотрен пример фермы, представленный в [1] (рис. 2). В качестве переменных проектирования взяты значения площадей поперечных сечений стержней фермы $A_1 - A_{10}$. Ограничениями являются напряжения в стержнях ($\sigma_i \leq \sigma_m$) и перемещения узлов ($y_i \leq 50.8\text{мм}$).

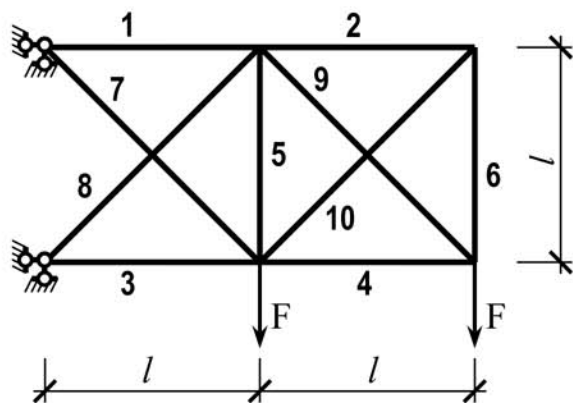
Целевой функцией является объем фермы:

$$V = l(A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + \sqrt{2}(A_7 + A_8 + A_9 + A_{10})).$$
 Первоначальный вес фермы $G^0 = 0.190\text{т}$. Наибольшее вертикальное перемещение узла фермы до оптимизации составляет 1000.3мм.

В результате оптимизации сечений стержней в ANSYS получено:

- максимальное напряжение (5-й стержень) 152.56МПа;
- максимальное перемещение узла $y=50.40\text{мм}$;
- объем фермы $V = 0.8355\text{м}^3$ и вес фермы $G = 2.31274\text{т}$.

По данным [1], где собраны результаты для этой фермы, полученные разными авторами, вес фермы колеблется от 2.25823т до 2.30202т.



$l=9.144\text{м}$; $F=444.82\text{кН}$;
 $E=68970.775\text{МПа}$;
 начальная площадь поперечного сечения
 стержней $A=6.4516\text{см}^2$;
 плотность материала $\rho_g = 2.768\text{т/м}^3$;
 предельное напряжение $\sigma_m = 172.46\text{МПа}$;

Рис. 2 – Исходные данные для расчета фермы

Задача 3. Регулирование (оптимизация) устойчивости.

Рассматривается задача нахождения максимальной критической силы при изменении параметров конструкции. В качестве первого примера рассмотрена неразрезная балка (рис. 3), для которой необходимо определить положение промежуточных опор, при котором критическая сила будет максимальной.

$l_1 = l_2 = l_3=4\text{м}$; $E=2e8\text{кН/м}^2$; поперечное сечение балки $b \times h = 0.06 \times 0.12\text{м}$

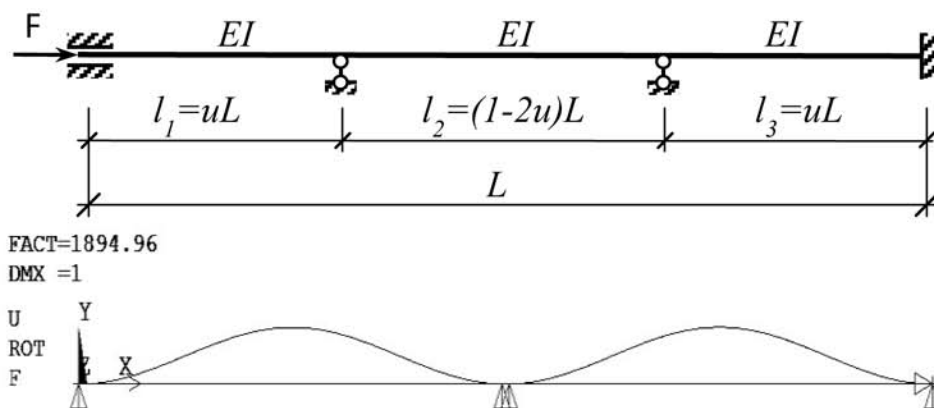


Рис. 3 – Расчет устойчивости неразрезной балки

В качестве переменных проектирования взяты координаты промежуточных опор X_2 и X_3 . Ограничениями являются пределы изменения координат промежуточных опор $0 \leq X_2 \leq L/2$; $L/2 \leq X_3 \leq L$. Целевой функцией является выражение, обратное критической силе $f(X_2, X_3) = 1/F_{cr}$.

В результате расчета в ANSYS промежуточные опоры сместились на середину балки и образовали жесткое защемление. При этом $F_{cr} = 1894.956\text{кН}$.

Учитывая, что промежуточные опоры, сместившись в середину, разделили балку на две равные и не влияющие друг на друга части, критическую силу можно вычислить по стандартной формуле

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5l)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 1728}{(0.5 \cdot 6)^2} = 1894.964 \text{ кН.}$$

Рассмотрим пример регулирования устойчивости неразрезной балки с податливой опорой на правом конце [2] (рис. 4а).

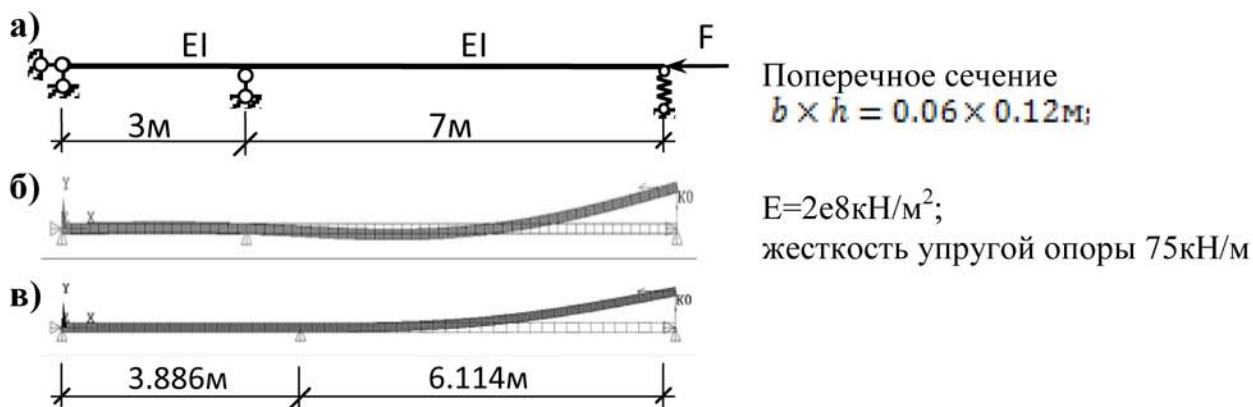


Рис. 4 – Расчет устойчивости балки с упругой опорой

В качестве переменной проектирования взята координата промежуточной опоры балки X_2 . Ограничениями являются пределы изменения координат промежуточной опоры $0 \leq X_2 \leq 10$. Целевой функцией является выражение, обратное критической силе $f(X_2) = 1/F_{cr}$. До изменения положения опоры критическая сила равна 441.612 кН. Форма потери устойчивости в этом случае показана на рис. 4б. Максимальное значение критической силы достигается при длине первого пролета 3.886 м - $F_{cr} = 457.776 \text{ кН}$. По формуле [2] получаем $F_{cr} = 457.778 \text{ кН}$. Форма потери устойчивости в этом случае показана на рис. 4в. Обращает на себя внимание тот факт, что в первый пролет балки остается прямым.

Если на правом конце балки установить жесткое защемление, то до оптимизации $F_{cr} = 455.763 \text{ кН}$, после оптимизации $F_{cr} = 457.778 \text{ кН}$ при длине первого пролета 3.899 м. Таким образом, оптимальное значение критической силы не зависит от способа закрепления левой опоры.

Задача 4. Топологическая (структурная) оптимизация.

Топологическая оптимизация – это подход к оптимизации конструкции, ищущий наилучшее распределение материала в заданной области для заданных нагрузок и граничных условий. Применение топологической оптимизации на этапе проектирования помогает найти вариант дизайна конструкции с наиболее рациональным распределением материала и пустот в объеме, таким образом заметно снизить его массу. На ранней стадии в

изучении задач оптимизации топологии применялся структурный анализ методом конечных элементов, после которого выполнялось удаление элементов с достаточно низкими напряжениями. Этот подход оказался неудачным, потому что оказалось, что получающаяся в результате форма зависит от начальной плотности сетки конечных элементов. В настоящее время используется другой подход. Предполагается, что материал является пористым и задача оптимизации решается относительно степени пористости. Расчетный модуль увеличивает размеры полостей в тех элементах, где материал нагружен недостаточно сильно, и уменьшая размеры полостей там, где нагрузка слишком высока. В результате оптимизации создается рисунок плотностей в рассматриваемом объекте, который характеризует его напряженное состояние. При выполнении оптимизации пользователь может задавать процент удаления материала из исходного образца. Результаты оптимизации сохраняются в файле специального формата. С помощью соответствующего программного обеспечения этот файл можно импортировать в ANSYS и выполнить расчет.

Приведем несколько примеров оптимизации плоской конструкции нагруженной разными нагрузками (рис. 5 – 7).

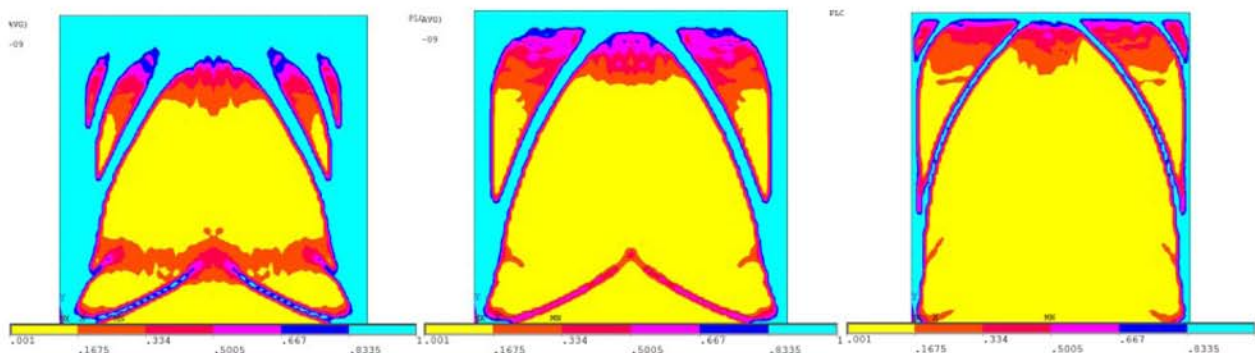


Рис. 5 – Оптимизация квадратного образца, нагруженного сверху распределенной нагрузкой, при требовании убрать 50%, 65% и 85% материала

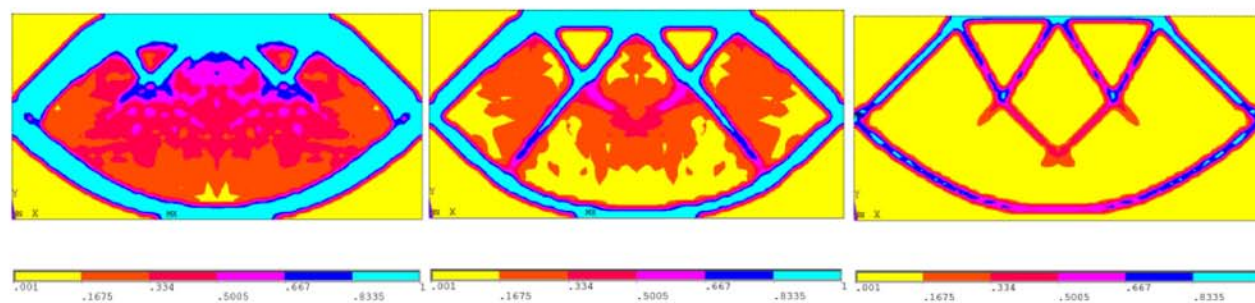


Рис. 6 – Оптимизация прямоугольного образца с соотношением сторон 1/2, нагруженного сверху тремя силами, при требовании убрать 50%, 65% и 85% материала

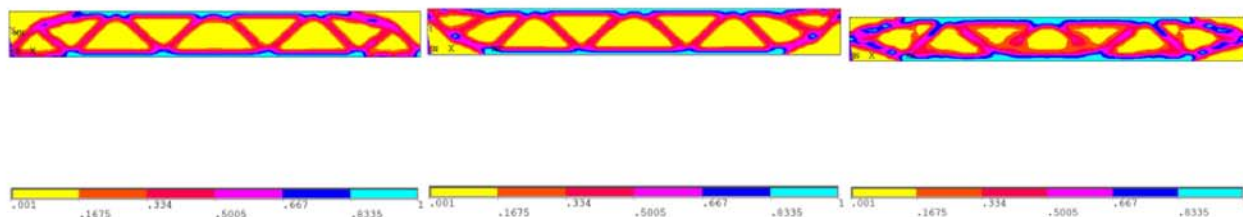


Рис. 7 – Оптимизация прямоугольного образца с соотношением сторон 1/9, нагруженного сверху тремя силами, при разном расположении опор

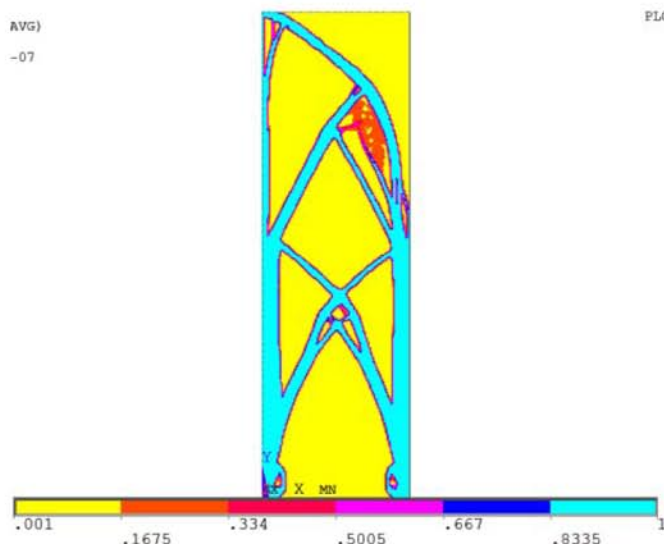


Рис. 8 – Оптимизация прямоугольного образца, нагруженного сверху горизонтальной нагрузкой

Литература

1. Пермяков В.А., Перельмутер А.В., Юрченко В.В. Оптимальное проектирование стальных стержневых конструкций. – К,:ТОВ «Издательство «Сталь», 2008, - 538с.
2. Бекшаев С.Я. Об оптимальном расположении промежуточной опоры продольно сжатого стержня. Вісник одеської державної академії будівництва та архітектури. вип. 60, Одеса, ОДАБА, 2015, с.400-406.

EXAMPLES OF OPTIMIZATION PROBLEMS SOLVING IN ANSYS

The application of the software complex ANSYS for optimization problems solving of building structures.