УДК 624.072:012.4.046

СХОДИМОСТЬ РЕШЕНИЯ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА С УЧЕТОМ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ И ПОЛЗУЧЕСТИ

Еньков Е.У., к.т.н., доцент, Яременко А.Ф., д.т.н., профессор, Гапшенко В.С., к.т.н., доцент

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

Реализован алгоритм расчета железобетонных балок-стенок, учитывающий длительное действие нагрузки по линейному варианту наследственной теории ползучести бетона И.Е. Прокоповича и трещинообразование по теории деформирования железобетона Н.И. Карпенко. В основу алгоритма положены интегро-дифференциальные уравнения /1,3/ и физические зависимости /2/. Использован шагово-итерационный метод с дискретизацией: 1) по ступеням кратковременного ($t = \tau_1$) нагружения (по 0,1÷0,2 от конечного уровня), 2) по заданным промежуткам времени методом Крылова-Боголюбова (τ_1=28 сут., t_k =30÷310 сут.), 3) по узлам конечно-разностной сетки. Получено разрешающее дифференциальное уравнение, с переменными коэффициентами, содержащее все комбинации частных производных 4-го порядка по координатам от функции напряжений типа Эри. Дискретизация по координатам методом сеток сводит решение на каждой итерации к системе алгебраических уравнений. Конечно-разностный аналог при этом является 21-членным.

Как и для других достаточно сложных задач, использующих сеточную аппроксимацию, предлагаемый шагово-итерационный процесс сходится плохо. Особое значение вопрос устойчивости решения и связанной с ним сходимости приобретает при $t=\tau_1$, т.к. при итерациях на последующих шагах по времени влияние ползучести может оказаться одного порядка с влиянием «разболтки» решения. Оценка сходимости производилась по величине относительного расхождения значений функции напряжений $\varphi(t_k)$ для каждого узла *i, j* сетки на двух соседних итерациях $\left|\delta_{max}^{z}\right| \leq \varepsilon$, *(z* - номер итерации, *ε* - заданная точность). Монотонная сходимость достигнута лишь при уровнях нагрузки, не вызывающих трещинообразования в растянутых зонах, когда железобетон считается линейно деформируемым, изотропным и однородным; или, в зависимости от величины напряжений, упругопластическим материалом, что учитывается коэффициентом $v = K_b$, характеризующим быстронатекающие деформации ползучести бетона при загружении ($t=\tau_1$), при этом по теории Н.И. Карпенко железобетон считается ортотропным однородным материалом, оси ортотропии которого совпадают с направлением главных площадок напряженного состояния *n (max)* и *l (min)*. С появлением трещин, железобетон рассматривается как особый анизотропный материал, анизотропия которого является приобретенной и зависит от величины действующих усилий. Сложный характер работы арматуры в наклонных к ней трещинах учитывается с помощью коэффициентов λ_x и λ_y, которые определены из опытов /2/ , а усреднение деформаций арматуры на участках между трещинами производится с помощью коэффициентов типа В.И. Мурашева ψ_{ax} и ψ_{ay}.

При прямом счете для балок-стенок с трещинами на заданный уровень нагрузки процесс расходился либо сразу, либо после нескольких итераций. Поскольку аналитическое обоснование устойчивости рассматриваемой схемы весьма затруднительно, дальнейший анализ проводился путем пробных компьютерных просчетов.

Пути получения приемлемого решения заключались в сведении невязки итерационного процесса к графику «бегущая волна» и уменьшении амплитуды «разболтки». Предусмотрено сглаживание жесткостей с использованием результатов не только текущей, но и предыдущей итерации:

$$C_{ij}^{(z+1)} = K_c C_{ij}^{(z)} + \left(1 - K_c\right) C_{ij}^{(z-1)}, \tag{1}$$

причем, величина сглаживающего параметра K_c подбиралась путем компьютерного эксперимента и составляла 0,2÷0,5 . Если на итерации в каком-либо узле возникает трещина, это не приводит к скачкообразному изменению жесткостей, т.е. величина параметра K_c сама по себе не обеспечивает сходимости, а лишь уменьшает ее скорость.

Удовлетворительные результаты счета получены с применением итерационной процедуры для условной диаграммы работы железобетонного элемента с трещинами $N_n=f(\varepsilon_n)$, где *n* - нормаль к направлению трещины. Идея использования такой диаграммы заключается в том, что уровню напряженного состояния в узле с трещиной ставится в соответствие меньшая деформация, а значит, и меньшие напряжения, чем этого требуют физические зависимости /2/. Подобный прием в исследованиях НИИЖБ назван «прогнозированием усилий».

Для каждого узла сетки, имеющего признак трещины, определяются точки переломов диаграммы – деформации ε_1 , ε_2 , ε_3 и ε_4 . Точки ε_1 , ε_2 соответствуют работе элемента без трещин: $\varepsilon_1 = 0{,}5N_{bt}/Eh$, $\varepsilon_2 = 2N_{bt}/Eh$, где N_{bt} – усилие трещинообразования, h – толщина балки-стенки.

Деформация ε_3 соответствует условию, при котором усилия по нормали n к направлению трещины воспринимаются арматурой полностью, т.е. при усилии $N_n = N_{bt}$ в этом узле с наклонной трещиной обеспечена жесткость из предыдущей итерации $C_n^{(z-1)}$, и тогда $\varepsilon_3 = N_{bt}C_n^{(z-1)}$.

Деформация ε_4 соответствует состоянию, при котором в арматуре одного из направлений x или y появляются напряжения текучести (или они достигают условного предела текучести) при заданной жесткости $C_n^{(z-1)}$, т.е. $\varepsilon_4 = N_{lim}C_n^{(z-1)}$. Предельное усилие N_{lim} , воспринимаемое арматурой сразу обоих направлений x и y в наклонной трещине, определяется по теории деформирования Н.И. Карпенко в предположении, что $N_n = N_{max} = N_{lim}$ и усилия вдоль трещин (направление l), воспринимаются бетоном ($N_l = N_{min} = 0$).

По усилиям $N_n^{(z-1)}$ и жесткостям $C_n^{(z-1)}$ предыдущей итерации в направлении n , т.е. перпендикулярно к трещине, определяется в данном узле действительная деформация $\varepsilon_g^{(z)} = N_n^{(z-1)}C_n^{(z-1)}$ и разыскивается точка пересечения вертикали $\varepsilon_g^{(z)}$ и наклонной прямой между точками 3 и 4 условной диаграммы; этой точке соответствует новое значение $N_g^{(z)}$, по которому подсчитываются жесткостные параметры C_{xn} и C_{yn} , новая жесткость $C_n = C_{xn} + C_{yn}$, новая деформация $\varepsilon_g^{(z)\prime}$ и новое усилие $N_g^{(z)\prime}$. Итерационная процедура продолжается внутри диаграммы до тех пор, пока разница C_n на соседних итерациях не достигнет заданной точности.

При $\varepsilon_g^{(z)} \geq \varepsilon_4$ или $\varepsilon_g^{(z)} \leq \varepsilon_3$ итерации не производятся, а принимается соответственно $N_g^{(z)\prime} = N_{lim}$ и $N_n^{(z)\prime} = N_{bt}$. Окончательно для узла i,j с признаком трещины жесткость в направлении нормали к трещине равна $C_n^{(z)} = \varepsilon_g^{(z)\prime} / N_n^{(z)\prime}$.

Условные диаграммы строятся в программе для каждого узла, в котором выполняется условие трещинообразования $N_{max} \geq N_{bt}$ как при кратковременном (на каждой ступени), так и при длительном нагружении (на каждом шаге по времени). При $t > \tau_1$ условие образования трещин может не выполняться из-за перераспределения усилий, но если при $t = \tau_1$ в данном узле была трещина, то признак ее был зафиксирован, т.е. трещина может частично закрываться, но не исчезнуть совсем.

До образования трещин сходимость монотонна, в дальнейшем сходимость ухудшается и принимает вид «бегущей волны» с амплитудой $|\delta_{max}| > \varepsilon$. Предусмотрен более грубый критерий окончания шага, чем $|\delta_{max}| < \varepsilon$, так называемый прием Гарвика, согласно которому итерации после двух полупериодов волны выполняются, пока левая часть неравенства убывает. Первое же возрастание означает начало нового периода волны; сходимость считается достигнутой на данном шаге, при этом результатами считаются данные предыдущей итерации.

По приведенному алгоритму произведен расчет балок-стенок из опытов И.Н. Кедича (г. Минск) и А.Я. Мельника (г. Одесса, ОИСИ) при кратковременном и длительном действии нагрузки. С использованием итерационной процедуры для условной диаграммы величина $|\delta_{max}|$ при выходе из очередного шага по ступени кратковременного нагружения обычно составляла 1÷2%, и лишь в отдельных случаях, при трещинообразовании сразу в нескольких узлах, достигала 3÷4%. При длительном действии нагрузки при выходе из шага по времени сходимость была лучше, и, как правило, монотонной.

Литература

1. Прокопович И.Е. Основные уравнения плоского напряженного состояния железобетона с трещинами при длительном действии нагрузки / И.Е. Прокопович, Е.У. Еньков. -Изв. Арм. АН. Механика, 1978, т. XXXI, № 2, с. 67-76.

2. Еньков Е.У. Физические зависимости плоского напряженного состояния железобетона с трещинами в условиях ползучести и экспериментальное обоснование соответствующих параметров. –Строительные конструкции, 1979, вып. 32, с. 54-57.

3. Яременко А.Ф. Уравнения плоско-напряженного состояния железобетона с трещинами при длительном действии нагрузки / А.Ф. Яременко, Е.У. Еньков. –Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури, вип. 50, ч.2. – Одеса, 2013, с.266-273.

THE CONVERGENSE OF PLANE PROBLEM DECISION OF REINFORCED CONCRETE THEORY TAKING INTO ACOUNT THE FORMATION OF CRACKS AND THE CREEP

The permitting integral-differential equation for the plane problem, taking in consideration the anisotropic character of work of reinforced concrete with cracks under prolonged loud is realized in algorithm of computation of beams walls. The results of experimental data and the proposed computer simulation are compared.