

## CRACKS AS ACTIVE ELEMENTS OF STRUCTURE OF BUILDING MATERIALS, PRODUCTS AND CONSTRUCTIONS

*In this work, cracks are considered as active elements of a structure capable of exhibiting adaptation effects and maintaining the product's performance for a period of time before escaping cracks-builders into a fracture-destroyer.*

УДК 539.3

## THE METHOD OF DISCRETE RIEMANN'S PROBLEM IN SOLVING SOME CONTACT PROBLEMS IN THERMOELASTICITY

**Gavdzinski V.N., Ph.D., prof.**

Odessa State Akademy of Building Engineering and Architecture, Odessa

**El-Sheikh M.G., Ph.D., prof.**

Ain Shams University, Cairo, Egypt

**Maltseva E.V., senior lecture**

Odessa National Economic University, Odessa

It has been shown [1,2] that lot of mixed plane problems can be reduced to a discrete Riemann problem of the form

$$n\Phi_{n+} = -sng(n + \frac{1}{2})\Phi_{n-} + \Gamma_n\Phi_{n-} + nF_{n-}, n \in Z - \{0\}, \quad (1)$$

where  $\Phi_{n-}$  are the Fourier components of the required unbounded extension  $\varphi_-(x)$  on  $\Delta_1$  and  $\Phi_{n+}$  are those of  $\varphi_+(x)$  the extension on  $\Delta_2 = [-\pi, \pi] / \Delta_1$ ,  $F_{n-}$  are the components of the external source  $f(x)$  at  $\Delta_1$ .

In addition  $\Gamma_n = \mathbf{0} \left( \frac{1}{n^2} \right)$ . The equation (1) has been reduced to the singular integral equation of the type

$$\frac{1}{\pi} \int_{-c}^c \frac{\varphi_-(t)}{1 - e^{i(x-t)}} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c \gamma(x-t) \varphi_-(t) dt + if'(x) \quad (2)$$

where 
$$\frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c \gamma(x-t) \rho_-(t) dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Gamma_n \Phi_{n-} e^{inx}$$

Now we consider the contact problem of symmetric indentation of two punches in the form of circular segments and the temperature field defined in (3).

Assuming that the radius of the cylinder is unity, in view of the statement of the problem, the boundary conditions are

$$\begin{aligned} v_r(\mathbf{1}, \theta, t) &= v_0 e^{-i\omega t}, & \text{if } \theta \in \Delta_1, \\ \sigma_r(\mathbf{1}, \theta, t) &= \mathbf{0}, & \text{if } \theta \in \Delta_2, \\ \tau_{r\theta}(\mathbf{1}, \theta, t) &= \mathbf{0}, & \text{if } \theta \in [-\pi, \pi] \end{aligned} \quad (3)$$

where  $\Delta_1 = [-\alpha_0, \alpha_0] \cup [\pi - \alpha_0, \pi + \alpha_0]$  and  $\Delta_2 = [-\pi, \pi] / \Delta_1$ .

In addition, the stresses  $\sigma_r$  and  $\tau_{r\theta}$  as well as the displacement  $v_r$ , are bounded as  $r \rightarrow \mathbf{0}$ .

The boundary conditions (3) can be completed as follows

$$v_r^*(\mathbf{1}, \theta) = v_-(\theta) + \varphi_+(\theta), \quad \frac{\sigma_r^*(\mathbf{1}, \theta)}{2G} = \varphi_-(\theta), \quad (4)$$

where  $v_r(r, \theta, t) = e^{-i\omega t} v_r^*(r, \theta)$ ,  $\sigma_r(r, \theta, t) = e^{-i\omega t} \sigma_r^*(r, \theta)$ ,

$$\varphi_+(\theta) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{if } \theta \in \Delta_1, \\ \text{undetermined} & \text{if } \theta \in \Delta_2, \end{cases} \quad \varphi_-(\theta) = \begin{cases} \text{undetermined} & \text{if } \theta \in \Delta_1, \\ \mathbf{0} & \text{if } \theta \in \Delta_2, \end{cases}$$

$$v_-(\theta) = \begin{cases} v_0 & \text{if } \theta \in \Delta_1 \\ \mathbf{0} & \text{if } \theta \in \Delta_2 \end{cases}$$

Applying the finite Fourier transform with respect to  $\theta$  in the same way as in [3], the corresponding hyperbolic type mixed problem is converted to the following discrete Riemann problem

$$n\Phi_{n+} = A_{\alpha\beta} \operatorname{sgn}\left(n + \frac{1}{2}\right) \Phi_{n-} - \Gamma_n^{\alpha\beta} \Phi_{n-} - nV_{n-} + nF_n^{\alpha\beta} \quad (5)$$

where  $\alpha = \frac{w}{c_1^2}$ ,  $\beta = \frac{w}{c_2^2}$  and  $\Gamma_n^{\alpha\beta} = \mathbf{0} \left( \frac{1}{n^2} \right)$ .

Performing the inverse Fourier transform

$$W^{-1}\Phi_{n\pm} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_{n\pm} e^{in\theta} = \varphi_{\pm}(\theta)$$

and using the formulas [4].

$$W^{-1} \operatorname{sgn}\left(n + \frac{1}{2}\right) \Phi_{n-} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\varphi_{-}(t) e^{it}}{e^{it} - e^{i\theta}} dt, \quad \frac{e^{it}}{e^{it} - e^{i\theta}} = \frac{1}{2} \left(1 - i \cot \frac{t-\theta}{2}\right)$$

we arrive at the singular integral equation with Hilbert kernel

$$\frac{A\alpha\beta}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \cot(t-\theta) \varphi_{-}(t) dt = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_{2n}^{\alpha\beta} \Phi_{2n-} \sin 2n\theta + f'_{\alpha\beta}(\theta) \quad (6)$$

The integral in (6) can be inverted in the class of integrable functions and then the application of the Fourier transform to the result leads to the following system of linear algebraic equations:

$$A_{\alpha\beta} \Phi_{2n+} = \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_{2k}^{\alpha\beta} N_{nk} \Phi_{2n-} + M_{2n}^{\alpha\beta} + a_0 R_n \quad (n \in N^+) \quad (7)$$

Since system (7) can in general be solved only approximately, namely using the method of truncation, we set up function spaces and sequence spaces. The solution of equation (6) is an  $L_{\rho}[-a; a]$ , where  $1 < \rho < \frac{4}{3}$  [5]. Consequently the Fourier coefficients  $\Phi_{n-}$  will belong to  $lp$  where  $p = p/(p-1)$ . Thus, we will work in the space  $lp$  ( $p > 4$ ) with the norm

$$\|\Phi\|_{lp} = \left( \sum_{n=0}^{\infty} |\Phi_{n-}|^p \right)^{1/p} \quad (8)$$

where  $\Phi = \{\Phi_{n-}\}_{n=0, \infty}$

The justification of truncating system (7) is made by using the theorem given in the paper [3]. In this case the estimation of the error is subjected to the inequality

$$\|\Phi - \Phi^N\|_{lp} \leq \frac{C}{(N+1)^{(p-2)/2p}} \quad (9)$$

## References

1. El-Sheikh M.G. The Method of Integral Equation Formulation and the Unbounded Solutions of Elastic Contact Problems / M.G. El-Sheikh, M.E. Khalifa, V.N. Gavdzinski // Computers Math. Applic., 1998. – Vol.36 – N1. – pp. 33-39.

2. Gavdzinski V.N. On the justification of approximate unbounded solutions of mixed plane boundary value problems / V.N. Gavdzinski, M.G. El-Sheikh, E.V. Maltseva // Math. Comput. Simul., 2002. – vol.59. – pp. 533-539/
3. Gavdzinski V.N. The propagation of harmonic heat waves in a cylinder/ V.N. Gavdzinski, M.G. El-Sheikh, E.V. Maltseva // Вісник ОДАБА. – 2011. – вип. №41. – с.43-48.
4. Гахов Ф.Д. Уравнения типа свертки. / Ф.Д. Гахов, Ю.И. Черский // Изд. «Наука», 1978. – с. 295.
5. Ворovich И.И. Неклассические смешанные задачи теории упругости /И.И. Ворovich, В.М. Александров, В.А. Бабешко // М. – Изд. «Наука», 1974. – с. 456.

## **МЕТОД ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧИ РИМАНА ПРИ РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ ТЕРМОУПРУГОСТИ**

*Рассматривается контактная задача термоупругости для сплошного цилиндра. Используя конечное интегральное преобразование Фурье, задача сводится к решению дискретной задачи Римана, которая приводится к сингулярному интегральному уравнению с ядром Тильберта. Полученная бесконечная система алгебраических уравнений решается приближенно. Приводится оценка погрешности.*

УДК 539.3

## **ЗАСТОСУВАННЯ ГІБРИДНИХ АСИМПТОТИЧНИХ МЕТОДІВ ТА СУЧАСНИХ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ ДЛЯ СТВОРЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ЗМІННИМИ У ЧАСІ ПАРАМЕТРАМИ**

**Гоменюк С.І., д.т.н., проф.**

Запорізький національний університет, м. Запоріжжя  
e-mail: serega@znu.edu.ua

**Грищак Д.Д., к.ф.-м.н.**

Центральний науково-дослідний Інститут озброєння  
та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ

Проблема нелінійних коливань конструкцій із змінними у часі параметрами є актуальною у інженерній практиці, включаючи аерокосмічні конструкції, космічні тросові системи, гнучкі маніпулятори, мости високошвидкісних трас із рухомими об'єктами та інші системи. До публікацій у цьому напрямку досліджень необхідно віднести результати аналізу [1, 2, 6], зокрема впливу наявності нелінійних складових у рівнянні коливань гнучкого тіла із концентрованою масою, залежною від часу, що є