Секція «Інформаційні технології в управлінні будівництвом, будівельному проектуванні та матеріалознавстві»

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ДЛЯ ЛІНІЙНИХ МНОЖИННОЗНАЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Плотніков А.В., д. фіз.-мат. н., професор
(*кафедра інформаційних технологій і прикладної математики*)
Скрипник Н.В., д. фіз.-мат. н., доцент
(*кафедра оптимального керування та економічної кібернетики ОНУ*)

В доповіді розглядається наступна лінійна задача оптимального керування

$$DX(t) = AX(t) + u(t),\ X(0) = B_1(0),\ X(T) \supset B_a(b), \quad (1)$$

де $A \in R^{n\times n}$ - стала матриця $(n\times n)$, $t \in R_+$ - час, $X \in conv(R^n)$, $DX(t)$ - похідна Хукухари від множиннозначного відображення $X(\cdot): R_+ \to conv(R^n)$, $u \in R^n$ - вектор керування такий, що $|u_i| \le 1$, $i = \overline{1,n}$, $B_r(c) = \left\{ x \in R^n : \|x - c\| \le r \right\}$ - куля радіуса $r > 0$ з центром в точці $c \in R^n$, $a > 1$.

Теорема. Якщо $rank(A) = n$, то задача оптимального керування (1) має оптимальний розв'язок (T^*, u^*) та

$$T^* = \begin{cases} \dfrac{\ln(a)}{\lambda_{\min}}, & a-1 > b_{\max}\lambda_{\min}, \\[2ex] \dfrac{\ln(\bar{a}_{\max})}{\lambda_{\min}}, & a-1 \le b_{\max}\lambda_{\min}, \end{cases}$$

$$u_i^* = \begin{cases} \lambda_{\min} \dfrac{b_i}{a-1}, & a-1 > b_{\max}\lambda_{\min}, \\[2ex] \dfrac{\bar{b}_i}{|\bar{b}_j|}, & a-1 \le b_{\max}\lambda_{\min}, \end{cases}$$

де $b_{\max} = \max\limits_{i=\overline{1,n}} |b_i|$, $\lambda_{\min}$ - мінімальне сингулярне число матриці A,

$y_i = b_i / \|b\|$, $\bar{a}_i = (a\, y_i + b_i + \lambda_{\min}^{-1}) \cdot (y_i + \lambda_{\min}^{-1})^{-1}$, $\bar{a}_j = \bar{a}_{\max} = \max\{\bar{a}_i\}$,

$\bar{b}_j = \lambda_{\min}^{-1}(\bar{a}_j - 1)$,

$\bar{b}_i = (a - (a\, y_j + b_j + \lambda_{\min}^{-1})(y_j + \lambda_{\min}^{-1}) y_i + b_i$, $i \ne j$, $i = \overline{1,n}$.