

СПЕЦІАЛЬНІ МАЙЖЕ ЕРМІТОВІ ПРОСТОРИ

Кіосак В.А., д. ф.-м. н., доцент; Лесечко О.В. к.ф.-м.н., доцент
(кафедра вищої математики)

Розглянемо C_n комплексно-аналітичний многовид розмірності n . Нехай $z^\alpha = x^\alpha + ix^\alpha$ локальні комплексні координати, причому $\alpha = 1, 2, \dots, n$, а $\bar{\alpha} = n + 1, n + 2, \dots, 2n$. Числа x^α та $x^{\bar{\alpha}}$ будемо розглядати як локальні координати дійсного парновимірного аналітичного многовиду M_{2n} .

Якщо R_z — дотичний до многовиду C_n простір в точці z , T_x — дотичний простір до M_{2n} в точці x . Добуток вектора із R_z на число i породжує в T_x лінійне перетворення F . Лінійне перетворення F задається на M_{2n} тензорним полем з локальними компонентами F_j^i . Це поле задовольняє умові $F_\alpha^i F_j^\alpha = -\delta_j^i$, ($i, j, \alpha = 1, 2, \dots, 2n$).

Тензорне поле F_j^i — називають майже комплексною структурою на M_{2n} , що породжена комплексною аналітичною структурою на C_n .

Майже ермітова структура визначається на многовиді з майже комплексною структурою заданням метричного тензора, що задовольняє умові $g_{\alpha\beta} F_i^\alpha F_j^\beta = g_{ij}$. Накладаючи умови на ермітову структуру отримують три основних типи майже ермітових просторів:

1. Келерові $F_{ij,k} = 0$.
2. K -простори $F_{ij,k} + F_{ik,j} = 0$.
3. H -простори $F_{ij,k} + F_{jk,i} + F_{ki,j} = 0$.

Ми розглянули спеціальний тип псевдоріманових просторів — конформно-пласкі простори, тобто простори, в яких тензор Рімана має вигляд:

$$R_{lijk} = P_{ik} g_{ij} - P_{lj} g_{ik} + P_{ij} g_{lk} - P_{ik} g_{lj},$$

$$P_{ij} = \frac{1}{n-2} \left(R_{ij} - \frac{1}{2(n-1)} R g_{ij} \right).$$

Вивчені геометричні властивості вказаних просторів. Отримана їх класифікація в спеціальній системі координат та знайдені тензорні ознаки (необхідні і достатні умови без обмежень на систему координат). Для отримання результатів вдосконалена спеціальна тензорна операція — спряження. Її застосування робить більш прозорим доведення теорем, дозволяє подалати значні технічні складнощі, що виникають в процесі досліджування майже ермітових просторів. Особливо ефективною операція спряження виявилась для келерових та K -просторів. Для H -просторів її застосування вимагає подальшого вдосконалення.