УДК 624.012.4

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО ПРЕДЕЛЬНОМУ СОСТОЯНИЮ В СЖАТОМ БЕТОНЕ

Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. *(Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)*

На основе двуквадратичного закона деформирования при рассмотрении предельного состояния железобетонных изгибаемых элементов, полагаем, что в сжатой зоне образуется слой интенсивного разрушения бетона, соответствующий ниспадающей ветви диаграммы σ_b - ε_b *(рис.1а)*

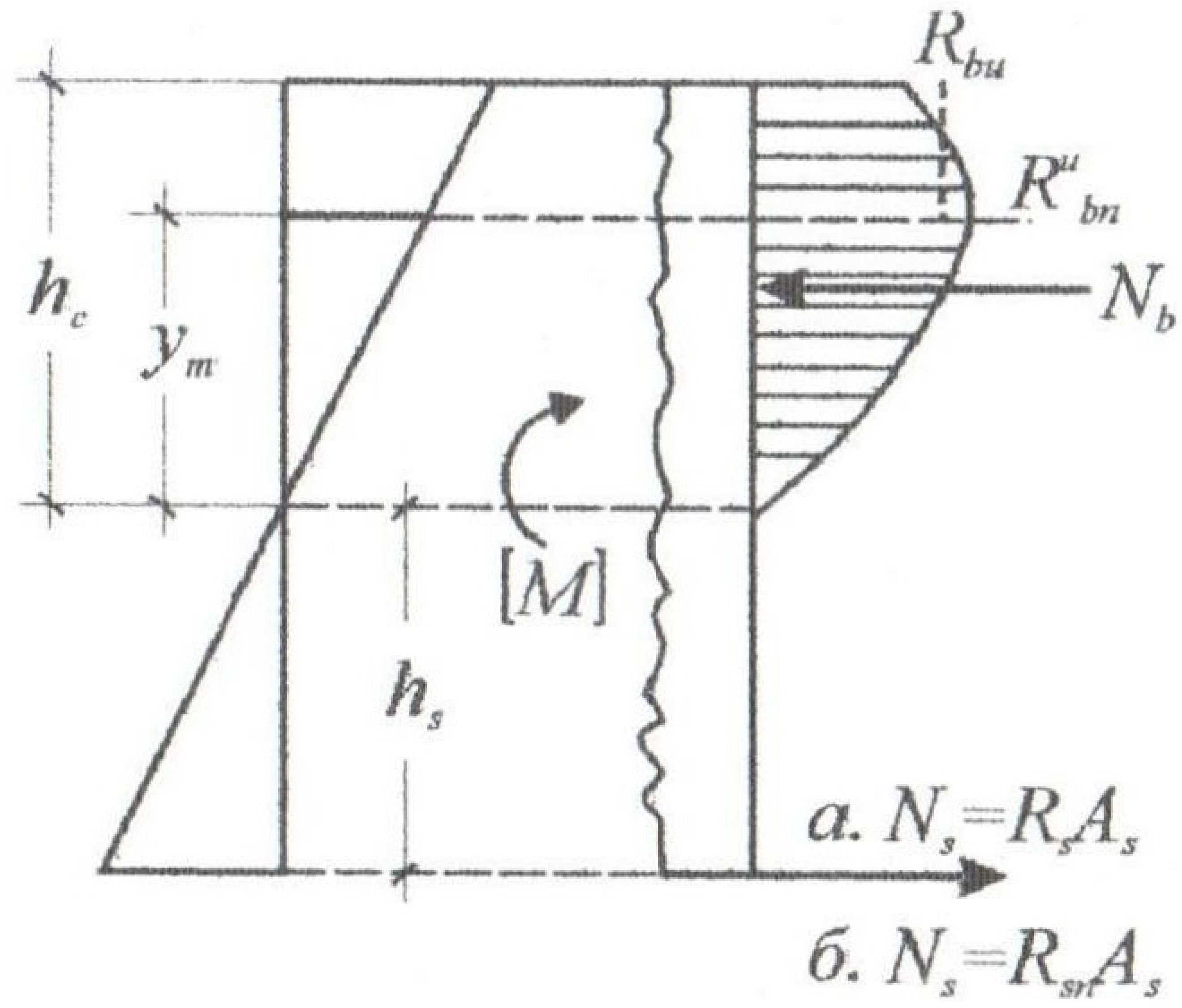

Рис.1. Расчетная схема сечения изгибаемого элемента:
а. предельное состояние в бетоне;
б. предельное состояние в бетоне и арматуре.

Вывод зависимостей произведем на основе рассмотрения эпюр деформаций и напряжений в предельном состоянии. При этом на ниспадающем участке примем напряжение постоянным, равным осредненному значению.

Для арматуры принято, что $\sigma_s = R_s$. В соответствии с расчетной схемой (рис.1а) получим систему уравнений.

$$\begin{cases} h_c / h_s = \varepsilon_{bu} / \varepsilon_s; \\ h_c + h_s = h, \end{cases} \tag{1}$$

из которой получим

$$\xi_c = 1 / \left(1 + \left(\varepsilon_s / \varepsilon_{bu}\right)\right) \tag{2}$$

Кроме того, имеем

$$\eta_M = \xi_c \cdot \frac{\varepsilon_{bR}}{\varepsilon_{bu}} = \frac{1}{1 + \left(\varepsilon_s / \varepsilon_{bu}\right)} \cdot \frac{\varepsilon_{bR}}{\varepsilon_{bu}}. \tag{3}$$

Величину коэффициента армирования найдем из условия равновесия отсеченной части изгибаемого элемента $\Sigma X = 0$;

$$N_s - N_b = 0; \tag{4}$$

При вычислении N_b, как уже указывалось, эпюру напряжений разбиваем на две части. Нижняя часть эпюры ограничена квадратной параболой с крайними значениями $\sigma_x = 0$ и $\max \sigma_x = R_{bn}$, а вторую часть, соответствующую ниспадающей ветви принимаем прямоугольной со значением напряжения

$$\sigma_b = \frac{R_{bn} + 0.85\,R_{bn}}{2} = 0.925\,R_{bn}. \tag{5}$$

С учетом приведенного, усилие в сжатой зоне

$$N_b = b \cdot \frac{2}{3} y_M R_{bn} + b \cdot \frac{R_{bn}\left(1 + 0.85 R_{bn}\right)}{2} \cdot \left(h_c - y_M\right). \tag{6}$$

Усилие в арматуре

$$N_s = R_s A_s = R_s \mu b h. \tag{7}$$

Тогда подставляя (6) и (7) в (4) получим

$$R_s \mu b h - b \cdot \frac{2}{3} \cdot y_M R_{bn} - b R_{bn} \cdot 0.925\left(h_c - y_M\right) = 0; \tag{8}$$

или

$$\mu = \frac{2}{3} \eta_M R_{bn} - 0.925\,R_{bn}\left(\xi_c - \eta_M\right). \tag{9}$$

Подставляя в (9) выражение (3), после несложных преобразований получим

$$\mu = \frac{R_{bn}}{R_s} \xi_c \left(0.925 - 0.258\,\frac{\varepsilon_{bR}}{\varepsilon_{bu}}\right). \tag{10}$$

Значение предельного момента найдем из уравнения равновесия

$\Sigma M_{n-n}=0$ (рис.1а)

$$M_{\text{пред}} = b\,y_M R_{bn}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{8}y_M + b\,\frac{0.85\,R_{bn}+R_{bn}}{2}\times$$

$$\times\left(h_c - y_M\right)\cdot\frac{h_c+y_M}{2} + R_s A_s h_s. \qquad (11)$$

Переходя в выражении (11) к безразмерным величинам получим

$$\overline{M}_{\text{пред}} = 0.417\,\eta_M^2\cdot\frac{R_{bn}}{E_0} +$$

$$+0.463\cdot\frac{R_{bn}}{E_0}\left(\xi_c^2-\eta_M^2\right)+\frac{R_s}{E_0}\cdot\mu\left(1-\xi_c\right);$$

$$\overline{M}_{\text{пред}} = \frac{R_s}{E_0}\cdot\mu\left(1-\xi_c\right)+$$

$$+\frac{R_{bn}^u}{E_0}\cdot\xi_c^2\left[0.463-0.0046\left(\frac{\varepsilon_{bR}^u}{\varepsilon_{bu}^u}\right)^2\right]. \qquad (12)$$

При определении предельного момента следует использовать трансформированную диаграмму σ_b - ε_b.

Пример Необходимо определить $\overline{\xi_c}$, μ , и $M_{пред}$ для железобетонной балки $b\times h$ =10 × 20 см из бетона класса В25 (R_{bn} = 18.5 МПа; E_0 = 30 × 10^3МПа), арматура класса А-III (R_s = 355МПа ,R_{sn} = 390МПа , E_s = 2 × 10^5МПа)(рис.2)

Для определения коэффициента упрочнения χ вычислим значения ε_{bu} и ε_s

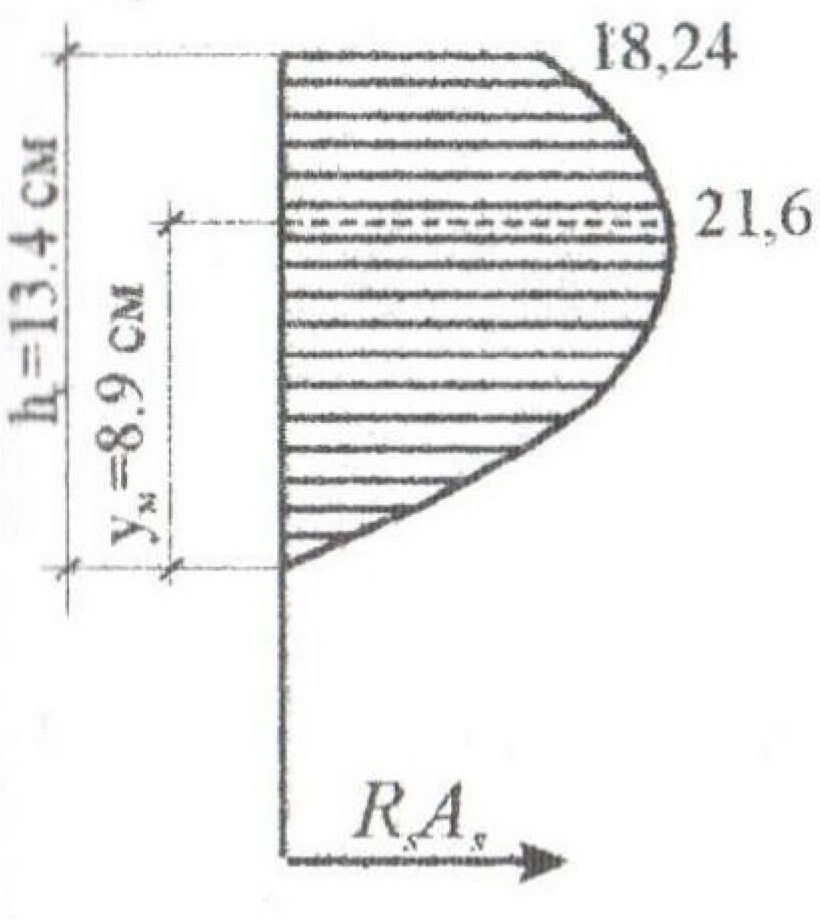

Рис.2. Эпюра напряжений σ_b

$$\varepsilon_{bu} = 4.03 - 0.02\,R_{bn} =$$

$$= 4.03 - 0.02\cdot 18.5 = 3.66\ \%;$$

$$\varepsilon_{bR} = \frac{2R_{bn}}{E_0} = \frac{2\cdot 18.5}{30\cdot 10^3} = 1.23\cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_s = \frac{R_s}{E_s} = \frac{355}{2\cdot 10^5} = 1.775\cdot 10^{-3}$$

Определим коэффициент упрочнения χ, используя метод итерации

$$\chi = 1.2944 + 0.2352\ lg \cdot \frac{3.66 + 1.775}{20} = 1.1613\ \frac{см}{\%};$$

Тогда

$$R_{bn}^{u} = \chi_1 R_{bn} = 1.1613 \cdot 18.5 = 21.48\ МПа\ ;$$

$$\varepsilon_{bu}^{u} = 4.03 - 0.02 \cdot 21.48 = 3.60\ \%.$$

Окончательно принимаем $\chi = 1.16$.

$$R_{bn}^{u} = 21.46\,МПа\ ;\quad \varepsilon_{bR}^{u} = 1.16 \cdot 1.233 = 1.43 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{bu}^{u} = 3.60 \cdot 10^{-3};$$

$$R_{bn}^{u} = 21.46\,МПа\ ;\quad \varepsilon_{bR}^{u} = 1.16 \cdot 1.233 = 1.43 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{bu}^{u} = 3.60 \cdot 10^{-3};$$

$$E_1^{u} = \frac{E_0^2}{4R_{bn}^{u}} = \frac{\left(30 \cdot 10^3\right)^2}{4 \cdot 21.46} = 10.48 \cdot 10^6\ МПа\ ;$$

$$\sigma_b = E_0\varepsilon - E_1\varepsilon^2 = 30 \cdot 10^3 \varepsilon - 10.48 \cdot 10^6 \varepsilon^2\ МПа\ .$$

Относительная высота сжатой зоны

$$\xi_c = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{bu}}} = \frac{1}{1 + \frac{1.775 \cdot 10^{-3}}{3.60 \cdot 10^{-3}}} = 0.67$$

$$h_c = 0.67 \cdot 20 = 13.4\,см.$$

Коэффициент армирования

$$\mu = \frac{R_{bn}}{R_s}\xi_c\left(0.925 - 0.258\ \frac{\varepsilon_{bR}^{u}}{\varepsilon_{bu}^{u}}\right) = 0.033\ .$$

Предельный момент

$$\overline{M}_{пред} = \frac{R_s}{E_0} \cdot \mu(1 - \xi_c) + \frac{R_{bn}^{u}}{E_0} \cdot \xi_c^2\left[0.463 - 0.0046\left(\frac{\varepsilon_{bR}^{u}}{\varepsilon_{bu}^{u}}\right)^2\right] =$$

$$= \frac{355}{30 \cdot 10^3} \cdot 0.033 \cdot 0.33 +$$

$$+ \frac{21.46}{30 \cdot 10^3} \cdot 0.67^2\,(0.463 - 0.007) = 0.2753 \cdot 10^{-3};$$

$$M_{\text{пред}} = \overline{M}_{\text{пред}} \cdot E_0 b h_0 =$$

$$= 0.2753 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^2 \cdot 20^2 \cdot 10^{-3} = 33.04 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Вычислим геометрические характеристики сечения. Кривизна нейтрального слоя

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_{bR}^u + \varepsilon_s}{h} = \frac{1.43 + 1.775}{20} \cdot 10^{-3} = 0.1603 \cdot 10^{-3} \frac{1}{см};$$

$$\rho = 6238 \; см$$

$$B_{red} = M_{\text{пред}} \cdot \rho = 3304 \cdot 6238 = 20610 \cdot 10^3 кН \cdot см^2;$$

$$I_{red} = \frac{1}{E_0} \cdot B_{red} = \frac{1}{30 \cdot 10^2} \cdot 20610 \cdot 10^3 = 6870 \; см^4.$$

Используя полученные данные, определим напряжения

$$\sigma_b = \frac{M \cdot y}{I_{red}} - \frac{1}{4 R_{bn}^u} \left(\frac{M \cdot y}{I_{red}} \right)^2 = 0.483 \, y - 0.027 \, y^2;$$

$$\frac{d \sigma_b}{d y} = 0.483 - 2 \cdot 0.027 \, y_M = 0; \quad y_M = 8.9 \, см;$$

$$max \; \sigma_b = 0.483 \cdot 8.9 - 0.027 \cdot 8.9^2 = 21.6 МПа \approx R_{bn}^u = 21.46 \; МПа$$

Эпюра напряжений показана на рис.2.

Вывод

Таким образом, в настоящей работе получены формулы для определения напряжений в произвольном сечении балки и разработана методика её расчета на прочность при нелинейном законе деформирования бетона.

Литература

1. Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона. Монография.- Одесса: Издательство ОГАСА, 2003—210с.